



**Pedro Sérgio Carvalho Nunes**

Licenciado em Ciências da Engenharia Civil

## **Análise de secções tubulares de aço utilizadas em monopolos para telecomunicações**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Civil - Perfil de Estruturas

Orientador: João Gonçalves André, Bolseiro de Pós-Doutoramento, LNEC

Co-orientador: João Carlos Gomes Rocha de Almeida, Prof. Associado, FCT-UNL

Júri:

Presidente: Prof. Doutor José Nuno Varandas Ferreira

Arguente: Prof. Doutor Rodrigo de Moura Gonçalves

Vogal: Doutor João Gonçalves André



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Novembro, 2017**



## **Análise de secções tubulares de aço utilizadas em monopolos para telecomunicações**

Copyright © Pedro Sérgio Carvalho Nunes, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.





## Agradecimentos

Em primeiro lugar gostaria de agradecer ao Doutor João Almeida, co-orientador, por ter possibilitado a realização desta dissertação e por toda a ajuda prestada durante a redação da mesma.

De seguida, os meus agradecimentos vão para a pessoa que esteve por detrás desta dissertação, João Gonçalves André, orientador, por todo o apoio prestado, pelo conhecimento transmitido e total disponibilidade, sempre num ambiente descontraído e de grande simpatia, a quem demonstro a minha mais profunda gratidão.

Agradeço também a Marreiro Bagoso, Gonçalo Santisubra e Ricardo Sampaio, por me terem auxiliado na realização da presente dissertação, e a todos os outros chegados, pelo apoio dado.

Por fim, um agradecimento especial ao meu núcleo familiar.



# Resumo

O estudo da presente Dissertação surge da necessidade de aprofundar os conhecimentos sobre a aplicação e validade dos métodos específicos previstos nas normas de projeto mais recentes utilizadas em Portugal para estruturas metálicas (i.e. Eurocódigos), para análise e dimensionamento de secções circulares ocas (CHS) de parede fina aplicada em monopolos para telecomunicações. A estabilidade elástica destas estruturas (múltiplas cascas cilíndricas metálicas em forma de coluna) é analisada tendo em atenção os fenómenos de instabilidade (encurvadura) local, através de Análises Lineares de Estabilidade efetuadas recorrendo ao Método dos Elementos Finitos (e.g. Programas SAP2000 e ANSYS). Posteriormente, os resultados obtidos são utilizados na aplicação e subsequente comparação de diferentes métodos/regulamentos existentes no continente europeu para dimensionamento dos elementos de secção CHS de Classe 4 (de acordo com o Eurocódigo 3 Parte 1-1) que os monopolos normalmente apresentam, quando submetidos a compressão uniforme. Os resultados apresentados nesta Dissertação permitem identificar variáveis relevantes na modelação e análise da estabilidade de monopolos. Como conclusão, o presente trabalho ilustra como aplicar corretamente os diversos métodos de dimensionamento regulamentares, permitindo ainda obter um conjunto de resultados que pode ser utilizado na revisão dos métodos de dimensionamento existentes ou para futuros desenvolvimentos (nomeadamente no âmbito da revisão em curso dos Eurocódigos).

## **Palavras Chave:**

Monopolos

Cascas cilíndricas

Secções circulares ocas de parede fina

Encurvadura local

Normas de dimensionamento

Métodos dos Elementos Finitos



# Abstract

The studies performed in this dissertation arise from the need of improving the knowledge concerning the applicability and validity of the Eurocode 3 methods for the analysis and design of thin-walled circular hollow sections (CHS) applied in telecommunication monopoles, for example. In this work, the elastic stability of these structures (multiple steel cylindrical shells in column shape) is studied, with focus on the local instability (buckling) phenomena, evaluated through Linear Stability Analyses using software based on the Finite Element Method (e.g. SAP2000 and ANSYS). The results are then used to compare different existent methods/regulations in Europe regarding the design of Class 4 CHS elements that monopoles normally present when submitted to uniform compression. In this process, the most relevant variables in monopoles modelling and stability analysis are identified. As a conclusion this dissertation shows how to correctly apply different design methods and, in addition, it allows to establish a set of results that may be used in the revision of the existing (or under development) methods, in particular in the ongoing Eurocodes revision.

**Keywords:**

Monopoles

Circular cylindrical shells

Thin walled circular hollow sections

Local buckling

Design standards

Finite Element Method



# Índice de matérias

Índice de matérias.....	vii
Índice de figuras .....	ix
Índice de tabelas.....	xi
Lista de abreviaturas, siglas e símbolos .....	xii
Capítulo 1 - Introdução .....	1
1.1 Âmbito do trabalho.....	1
1.2 Origem e objetivo do tema .....	1
1.3 Organização da dissertação.....	4
Capítulo 2 - Revisão bibliográfica .....	5
2.1 Conceitos de estabilidade .....	5
2.2 Fenómenos de instabilidade estrutural.....	6
2.2.1 Instabilidade de colunas .....	7
2.2.2 Instabilidade de placas .....	8
2.2.3 Instabilidade de cascas cilíndricas .....	11
2.3 Métodos de dimensionamento.....	14
2.3.1 Eurocódigo 3 .....	16
2.3.2 BS 5950-1.....	21
2.3.3 CSM - Continuous Strength Method .....	21
2.3.4 prEN 1993-1-1.....	23
2.3.5 BS EN 50341-1.....	23
Capítulo 3 - Modelação numérica .....	25
3.1 Análise Linear de Encurvadura (ALE) .....	25
3.2 Método dos Elementos Finitos (MEF).....	26
3.3 Modelos de estudo .....	26
3.4 Modelação numérica.....	27
3.4.1 Discretização dos modelos desenvolvidos .....	28
3.4.2 Condições de apoio e carregamento.....	30
3.5 Comparação entre o SAP2000® e ANSYS® .....	35
3.6 Análise de resultados .....	37
Capítulo 4 - Discussão de resultados.....	43
Capítulo 5 - Conclusões e recomendações .....	49

5.1 Conclusões .....	49
5.2 Recomendações .....	50
Bibliografia.....	51
Apêndice A - Exemplo de cálculo .....	55
Apêndice B - Fluxograma - CSM e EN1993-1 .....	61
Apêndice C - Estudo de Convergência - SAP2000® e ANSYS® .....	63



# Índice de figuras

Figura 1.1: Aplicação de cascas com secção transversal circular como elementos estruturais. Fonte: [2] .....	1
Figura 1.2: Representação esquemática e pormenores da Torre de Reitoria. Fonte: [10] .....	2
Figura 1.3: Fenómeno de ovalização resultante das pressões resultantes da acção do vento na superfície exterior dos monopolos. Fonte: adaptado de [11] .....	2
Figura 1.4: Instabilidade local numa casca cilíndrica de parede fina sujeita a compressão axial. Fonte: [16] .....	4
Figura 1.5: Resultados de ensaios experimentais de cascas cilíndricas simplesmente apoiadas nas extremidades e carregadas meridionalmente sob a forma do rácio tensão crítica/tensão crítica teórica clássica em função do rácio raio/espessura ( $r/t$ ). Fonte: [2] .....	4
Figura 2.1: Efeito das imperfeições iniciais numa coluna, placa e painel (casca) cilíndrico, representado num diagrama de carga-deslocamentos. Fonte: [19] .....	6
Figura 2.2: Coluna de Euler e respetivo modo de encurvadura crítico (global). Fonte: [22] .....	8
Figura 2.3: Placa comprimida axialmente. Fonte: adaptado de [22] .....	9
Figura 2.4: Coeficiente de encurvadura de placas retangulares para variadas condições de apoio Fonte: [22] .....	9
Figura 2.5: Comportamento de pós-encurvadura não-linear de placas ideais e reais. Fonte: [22] .....	9
Figura 2.6: Metodologia adotada para modelar uma estrutura tubular através de elementos de placa. Fonte: adaptado de [2] .....	10
Figura 2.7: Distribuição de tensões na fase de pós-encurvadura, da placa da Figura 2.4. Fonte: adaptado de [22] .....	10
Figura 2.8: Conceito de largura efetiva, $b_{eff}$ . Fonte: adaptado de [26] .....	10
Figura 2.9: Fluxograma da metodologia de Von Karman ( $\lambda p$ esbelteza normalizada de uma placa; $\rho r$ coeficiente de redução) .....	11
Figura 2.10: Representação da geometria e das forças numa casca cilíndrica. Fonte: [2] .....	12
Figura 2.11: Linearização do estado de pré-encurvadura numa casca cilíndrica comprimida axialmente. Fonte: [22, 2] .....	12
Figura 2.12: Configuração dos modos de encurvadura axissimétrico, assimétrico e diamante em cascas cilíndricas. Fonte: [30] .....	13
Figura 2.13: Cilindro muito curto “desenrolado” submetido a compressão axial, para modelar uma placa longa plana ( $a/b \ll 1$ ), comprimida transversalmente com os bordos longitudinais simplesmente apoiados. Fonte: [2] .....	14
Figura 2.14: Comparação da carga crítica associada cilindros de comprimento médio, curto e longo, através das teorias de Love e Donnell. Fonte: [22] .....	14
Figura 2.15: Comportamento distinto das quatro classes de secções apresentam, quando sujeitas a flexão pura. Fonte: adaptado de [26] .....	15
Figura 2.16: Secção CHS. Fonte: [7] .....	15
Figura 2.17: Curva de capacidade para cascas e parâmetros ( $\alpha, \beta, n, \lambda_0$ ) .....	19
Figura 2.18: Variação da esbelteza em função da resistência axial última. Fonte: [37] .....	23
Figura 2.19: Curva base para secções esbeltas. Fonte: [37] .....	23
Figura 2.20: Área efetiva de secções transversais ocas poligonais de Classe 4, para um material com $f_y = 355MPa$ . Fonte: [36] .....	24
Figura 3.1: Trajetórias de encurvadura para uma casca. Fonte: [40] .....	25

Figura 3.2: Configuração geométrica de cascas cilíndricas, para diferentes valores de raio ( $r$ ), espessura ( $t$ ), e comprimento ( $L$ ). Fonte: adaptado de [2].	27
Figura 3.3: Elementos adotados das bibliotecas do SAP2000® e do ANSYS®. Fonte: adaptado de [44, 43, 46]	30
Figura 3.4: Incorreta localização dos nós devida a uma malha de fraca qualidade (i.e. malha de não-uniforme), resulta numa solução instável, mesmo quando a malha refinada, ao contrário de uma malha uniforme. Fonte: adaptado de [45]	30
Figura 3.5: Esquemas de condições de fronteira abordadas e coordenadas mencionadas na Tabela 3.5. Fonte: adaptado de [15]	33
Figura 3.6: Valor aproximado de 50% obtido por Almroth para a situação da Figura 3.7(b), em comparação com a carga obtida pela fórmula clássica $\sigma CL$ . Fonte: adaptado de [49, 2]	36
Figura 3.7: Carga crítica e modo de instabilidade crítico dos modelos w e v.	36
Figura 3.8: Convergência da carga crítica para os elementos de casca do programa SAP2000® e ANSYS®, e sólidos-casca do programa ANSYS®.	38
Figura 3.9: Rácio carga crítica obtida/carga crítica clássica, $P_{cr}/P_{cl}$ (adimensional), em função dos parâmetros geométricos $D/t$ , $L/D$ e $w$ (adimensionais).	40
Figura 3.10: Modelos em que a carga crítica obtida corresponde a um modo de instabilidade global.	40
Figura 3.11: 1.º - 12.º Modo de instabilidade para o modelo original com uma extremidade livre - situação 2.	41
Figura 3.12: Cargas críticas obtidas para os seis modelos com uma extremidade livre - situação 2.	41
Figura 4.1: Área efetiva em função do rácio $D/t$ .	46
Figura 4.2: Tensão crítica local de placa para secções PHS para uma dada esbelteza $D/t$ em função do número de faces, e comparação com a tensão crítica local de secções CHS.	47
Figura 4.3: Enquadramento dos métodos 1, 2, 3 e 4 para as Situação 1, 3 e 4, no quadro da norma BS EN 50341-1, para obtenção da área efetiva em função do rácio $d/t$ .	48

# Índice de tabelas

Tabela 2.1: Parâmetros de esbelteza, limites de secções esbeltas e guia de propriedades de secções CHS adotados por diferentes normas de dimensionamento. ....	15
Tabela 2.2: Métodos de dimensionamento considerados. ....	16
Tabela 2.3: Fatores de imperfeição em função das curvas de dimensionamento. Fonte: [7].....	18
Tabela 2.4: Parâmetro $Cxb$ em função das condições de apoio, para cilindros longos. Fonte: [ [15], tabela [D.1]].....	20
Tabela 2.5: Valores das três classes de qualidade definidas. Fonte: [ [15], tabela [D.2]]. ....	21
Tabela 3.1: Parâmetros geométricos adotados para os modelos de estudo desenvolvidos. ....	27
Tabela 3.2: Programa, tipo de elemento, graus de liberdade dos elementos e malha adotada.....	29
Tabela 3.3: Abordagem e número de elementos para cada malha adotada nos modelos desenvolvidos.....	29
Tabela 3.4: Situações de estudo desenvolvidas. ....	31
Tabela 3.5: Condições de apoio para cascas de acordo com a EN1993-1-6 (ver também Figura 3.5). Fonte: [15].....	32
Tabela 3.6: Condições de carregamento para cada tipo de modelo.....	34
Tabela 3.7: Percentagem de erro obtida para os modelos $w$ e $v$ . ....	35
Tabela 3.8: Convergência da carga crítica para os elementos de casca dos programas SAP2000® e ANSYS®, e sólidos-casca do programa ANSYS®. ....	37
Tabela 3.9: Cargas críticas obtidas para modelos desenvolvidos. ....	39
Tabela 4.1: Área efetiva para a situação 1 - BC1/BC2.....	45
Tabela 4.2: Área efetiva para a situação 2 - BC1/BC3.....	45
Tabela 4.3: Área efetiva para a situação 3 - BC2/BC2.....	45
Tabela 4.4: Área efetiva para a situação 4 - BC1/BC1.....	45
Tabela A.1: Características estruturais da torre .....	55
Tabela A.2: Parâmetros do aço utilizado e limite de esbelteza para componentes comprimidos de classe 4 com CHS. ....	56
Tabela A.3: Parâmetros geométricos e classificação da classe de resistência dos troços estudados .....	56
Tabela A.4: Nomenclatura das condições de apoio e cenário de comprimento de acordo com a EN1993-1-6.....	56
Tabela A.5: Carga de encurvadura meridional crítica elástica obtida através da EN1993-1-6, troço 1, 2, 3 e 4, e numericamente, troço 5. ....	56
Tabela A.6: Parâmetros - método 1 - EN1993-1-6. ....	57
Tabela A.7: Procedimento - método 1 - EN1993-1-6.....	57
Tabela A.8: Limite de esbelteza - método 2 - BS 5950-1 e método 4 - prEN1993-1-1.....	57
Tabela A.9: Procedimento método 3 - CSM. ....	57
Tabela A.10: Áreas efetivas.....	57
Tabela A.11: Processo de obtenção do fator de redução referente à EN1993-1-1, para o método 1. ....	58
Tabela A.12: Valores esbelteza normalizada para a 2ª e 3ª metodologia. O coeficiente de segurança, $\gamma_{M1}$ , tem o valor de 1,1, de acordo com a EN 1993-1-6.....	58
Tabela A.13: Valores de cálculo da resistência à encurvadura de um elemento comprimido. O coeficiente de segurança, $\gamma_{M1}$ , toma o valor de 1,0, de acordo com a EN 1993-1-1. ....	59



# Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

## Abreviaturas e siglas

CHS Circular Hollow Section - Secção Tubular Circular  
SHS Square Hollow Section - Secção Tubular Quadrada  
PHS Polygonal Hollow Section - Secção Tubular Poligonal  
ECCS European Convention For Constructional Steelwork  
CIDECT International Committee for the Development and Study of Tubular Structures  
CSM Continuous Strength Method - “Método da Resistência Contínua”  
ALE Análise Linear de Estabilidade  
MEF Método dos Elementos Finitos  
BC Boundary Conditions - Condições de Apoio

## Lista de símbolos

### Capítulo 1

$r$  raio exterior de uma secção transversal  
 $t$  espessura de uma secção transversal

### Capítulo 2

$P_{cr}$  carga crítica  
 $P$  carga axial  
 $EI$  rigidez de flexão  
 $L$  comprimento de uma coluna  
 $m$  número de semi-ondas longitudinais  
 $L_{cr}$  comprimento de encurvadura de uma coluna  
 $L/\rho$  rácio de esbelteza  
 $A$  área de uma secção transversal  
 $I$  inércia  
 $E$  módulo de elasticidade  
 $W_{01}$  imperfeições iniciais  
 $W, \epsilon$  deflexão lateral  
 $a$  comprimento de uma placa  
 $b$  largura de uma placa  
 $b_{PHS}$  largura aproximada de uma aresta de uma secção PHS  
 $N$  compressão axial uniforme, por unidade de comprimento  
 $\sigma_b$  tensão de bifurcação

$K_{mn}$  coeficiente de encurvadura de uma placa  
 $K_c$  menor valor de  $K_{mn}$   
 $\nu$  coeficiente de Poisson  
 $t$  espessura de uma placa  
 $n$  número de semi-ondas transversais  
 $\sigma_{cr}$  tensão crítica  
 $x, y, z$  eixo de coordenadas  
 $\sigma_x$  tensão na direção  $x$ , de uma placa  
 $\sigma_y$  tensão na direção  $y$  de uma placa  
 $f_y$  tensão de cedência  
 $b_{eff}$  largura efetiva  
 $N_u$  carga de colapso  
 $\overline{\sigma_u}$  tensão média  
 $\sigma_{cre}$  tensão critica efetiva  
 $\lambda_p$  esbelteza normalizada  
 $\rho_r$  coeficiente de redução  
 $A_{eff}$  área efetiva  
 $u, v, w$  deslocamentos do sistema de coordenadas de uma casca cilíndrica (axial, circunferencial e radial)  
 $t$  espessura de uma casca cilíndrica  
 $R$  raio exterior de uma casca cilíndrica  
 $N_x, N_y$  e  $N_{xy}$  esforços de membrana ( $N_x$  e  $N_y$  esforços normais,  $N_{xy}$  esforço tangencial)  
 $D$  ou  $d_e$  diâmetro exterior de uma secção CHS  
 $N_{Ed}$  valor de cálculo do esforço axial de compressão atuante  
 $N_{b,Rd}$  valor de cálculo da resistência à encurvadura de um elemento comprimido  
 $\chi$  coeficiente de redução devido à encurvadura global  
 $\gamma_{M1}$  coeficiente parcial de segurança  
 $\sigma_{x,Rcr}$  tensão crítica elástica meridional  
 $\lambda$  esbelteza normalizada global  
 $N_{Rcr}$  carga de Euler  
 $\phi$  coeficiente para cálculo de  $\chi$   
 $\alpha(a_0, a, b, c, d)$  fator de imperfeição  
 $SX$  resistência do aço, sendo X a tensão de cedência nominal em MPa  
 $\sigma_{x,Rd}$  tensão de dimensionamento à encurvadura meridional  
 $\sigma_{x,Rk}$  tensão de encurvadura característica meridional  
 $f_{yk}$  tensão característica de cedência  
 $\chi_x$  fator de redução de encurvadura  
 $\alpha$  fator de imperfeição elástico da casca  
 $\beta$  fator de interação entre instabilidade local e cedência plástica

$H$  expoente de interação  
 $\lambda_0$  limite de esbelteza para cascas  
 $\lambda_p$  limite de esbelteza para colunas  
 $\lambda_x$  parâmetro de esbelteza normalizada  
 $\omega$  parâmetro de comprimento adimensional  
 $C_x$  variável, EN 1993-1-6  
 $C_{xb}$  parâmetro para cilindros longos EN, 1993-1-6  
 $Q$  Classe de qualidade  
 $\Delta w_k$  valor característico da amplitude da imperfeição  
 $\frac{\varepsilon_{csm}}{\varepsilon_y}$  rácio de deformação, relativo ao método CSM  
 $N_{csm}$  compressão axial correspondente ao método CSM

### Capítulo 3

$K$  matriz de rigidez linear  
 $G(P)$  matriz de rigidez geométrica, associada aos carregamentos aplicados  $P$   
 $\lambda_i$  valor próprio do modo  $i$ , corresponde ao fator de encurvadura do modo  $i$   
 $\psi_i$  vetor próprio do modo  $i$ , representação do modo de instabilidade  $i$





# Capítulo 1 - Introdução

## 1.1 Âmbito do trabalho

As excelentes propriedades dos elementos metálicos de secção tubular circular têm sido reconhecidas desde há muito tempo, o que faz com que hoje em dia sejam diversos os exemplos de estruturas que apresentam elementos com este tipo de secção na indústria aeroespacial, dos transportes ou das telecomunicações [1] (ver Figura 1.1 [2]).

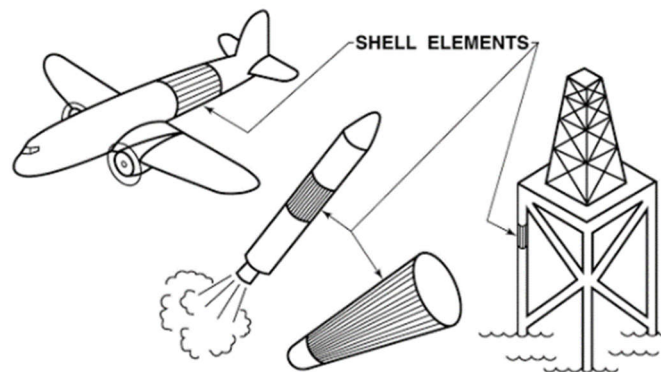
Um dos exemplos que nas últimas décadas tem vindo a aumentar em número devido à crescente necessidade do seu uso no setor das telecomunicações, é o das torres metálicas tubulares auto-suportadas, nomeadamente monopolos (estruturas autoportantes em consola). Este tipo de torre representa a estrutura de suporte mais importante para instalação de equipamento com fins de radiocomunicação, a par das torres treliçadas e das torres espiadas [3].

A palavra torre possui diversos significados no ramo das telecomunicações consoante a sua tipologia e aplicação. Neste trabalho será focado apenas um tipo de torre, monopolos de secção transversal tubular circular de parede fina constituídos por múltiplos troços ou tramos, ligados entre si por intermédio de flanges aparafusadas ou por sobreposição de dois troços ao longo de um dado comprimento (ligações por atrito). Em Portugal existe um total de 80 monopolos com este tipo de configuração [3].

Infelizmente, o número de anomalias observadas em estruturas de telecomunicações é consideravelmente superior ao desejável, quando comparado com outras estruturas de igual valor económico e de importância social. Dentro das falhas observadas, um grande número é consequência de um incorreto dimensionamento. De forma a reverter este cenário, o grande foco da evolução da regulamentação destas estruturas tem-se verificado ao nível da análise e dimensionamento de torres sob a ação do vento (geralmente definido como o carregamento condicionante) [4, 5, 6]. Contudo, existem ainda lacunas a corrigir no dimensionamento e análise deste tipo de estruturas noutros domínios.

## 1.2 Origem e objetivos do tema

Como seria expectável numa estrutura de casca cilíndrica de parede fina, os monopolos apresentam troços ou tramos em geral, ao nível da base, em que a secção transversal é mais esbelta do que os limites impostos para a Classe 3 pela EN1993-1-1 [7], em virtude do elevado coeficiente de esbelteza



**Figura 1.1:** Aplicação de cascas com secção transversal circular como elementos estruturais. Fonte: [2]

(diâmetro/espessura) destas secções. Por conseguinte, a rotura pode ocorrer antes do material atingir a tensão de cedência, devido a fenómenos de instabilidade identificados pelo crescimento de relevos, ondas e rugas, ou seja, encurvadura local.

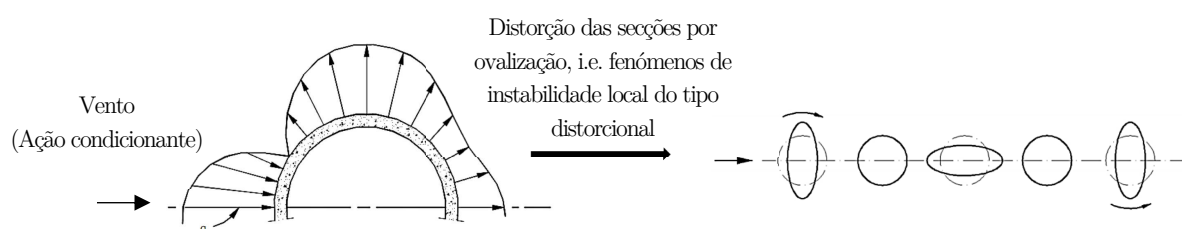
As torres mencionadas de seguida, são exemplificativas de monopólos existentes e em serviço, situados em Portugal, que apresentam tramos com secções transversais de Classe 4:

- Estação: 96AL010 REDONDO, Local: Évora; Ano de instalação 1996; Altura total: 50 metros;
- Estação: 98MN109 CINFÃES, Local: Cinfães, Ano de instalação 1998; Altura total: 40 metros;
- Estação: 00BI015 REITORIA, Local: Covilhã, Ano de instalação 2000; Altura total: 20 metros; (ver Figura 1.2).

Após estudo dos respetivos documentos de análise estrutural das torres anteriormente referidas, de 2010 [8, 9, 10] verifica-se que as secções transversais de Classe 4 foram consideradas como secções de Classe 3, contornando assim os fenómenos de encurvadura local. Tendo em conta que a ação do vento é definida como o carregamento condicionante, os autores admitiram que [10], “(...) de acordo com diversa bibliografia da especialidade, existe um critério simplificado de análise que permite dispensar os cálculos anteriormente referidos, uma vez que se o rácio  $d/t$  for inferior a 250 admite-se que a referida ovalização será desprezável neste tipo de estrutura (estrutura sujeita a elevados momentos flectores acompanhados de esforço axial moderado)”. Não questionando a validade do critério de simplificação utilizado para verificar os fenómenos de instabilidade local em secções de Classe 4 à compressão e flexão (ver Figura 1.3 [11]), deve ser sublinhado que este critério não se encontra em conformidade com as normas da EN 1993-1-1.



**Figura 1.2:** Representação esquemática e pormenores da Torre de Reitoria. Fonte: [10]



**Figura 1.3:** Fenómeno de ovalização resultante das pressões resultantes da ação do vento na superfície exterior dos monopólos. Fonte: adaptado de [11]

Outro exemplo do incorreto dimensionamento deste tipo de torres (neste caso, porém recomendado pelos autores) apresentado num artigo que analisa as principais anomalias observadas em torres para radiocomunicações em Portugal, de 2011 [12]. Com efeito os autores assumiram em [12] que, “*Em todos os documentos analisados para este estudo (...), o fenómeno de instabilidade local de chapas não foi contabilizado, pelo que a resistência destes elementos metálicos de secção tubular de parede fina poderá ter sido sobrestimada.*”.

Em documento de 1996 do CIDECT [13] é mencionado que são raras as estruturas com secções tubulares circulares (CHSs, designação anglofaxónica, “Circular Hollow Sections”) que têm uma relação diâmetro/espessura superior aos valores limites estabelecidos no Eurocódigo 3, para a Classe 3. Desta maneira o comportamento de secções esbeltas de Classe 4 é praticamente ignorado pelos autores, apenas sugerindo ao leitor que para uma casca cilíndrica de parede fina de altura reduzida, se proceda à substituição da tensão de cedência do material pela respetiva carga de instabilidade local, remetendo-o para um documento do ECCS [14], documento auxiliar de recomendações da EN 1993-1-6 [15]. Não obstante, a realidade atesta, tal como evidenciado anteriormente, que este tipo de cenário (i.e. estruturas com secções da Classe 4) é comum. Para o tipo de estruturas objeto desta dissertação, com secções tubulares circulares de parede fina, é desta forma relevante analisar o seu comportamento, especialmente a interação entre a encurvadura local e global, mais do que no caso de estruturas compostas por elementos de placa (e.g. em secções tubulares retangulares ou quadradas). Este comportamento de instabilidade local (ver Figura 1.4 [16]) em cascas circulares caracteriza-se pela sua alta suscetibilidade a imperfeições iniciais [17] e pela súbita redução da capacidade de carga, resultante do comportamento de pós-encurvadura instável e violento, ao contrário do que sucede em elementos de placa.

A Figura 1.5 sustenta a observação anterior. De facto, na análise de cascas cilíndricas simplesmente apoiadas e carregadas axialmente, os testes experimentais realizados revelam uma grande dispersão nos resultados obtidos e uma considerável discrepância entre os resultados teóricos e experimentais. Consta-se ainda que os valores da carga de crítica para cascas cilíndricas de parede fina ( rácio raio/espessura,  $r/t > 1500$ ) obtidos experimentalmente são 60% a 90% mais baixos que os valores teóricos. Assim, são geralmente adotados valores de tensão última conservativos que, em grande número de casos, são muito inferiores à verdadeira resistência da casca cilíndrica [19].

O comportamento das cascas cilíndricas de parede fina, apesar de estudado há mais de um século e ser objeto de grande número de trabalhos de investigação [20] (embora a grande maioria destes trabalhos, incida sobre cascas cilíndricas de altura reduzida e bi-apoiadas), continua a ser uma temática complexa, não conseguindo acompanhar com sucesso a crescente utilização de estruturas com este tipo de elementos. A origem deste trabalho surge pois da necessidade de aprofundar os conhecimentos sobre a aplicação e validade dos métodos específicos previstos nas mais recentes normas de projeto de estruturas metálicas utilizadas em Portugal, i.e. os Eurocódigos e em particular o EC3, para análise e dimensionamento de secções circulares de parede fina aplicadas ao tipo de estruturas focadas neste trabalho.

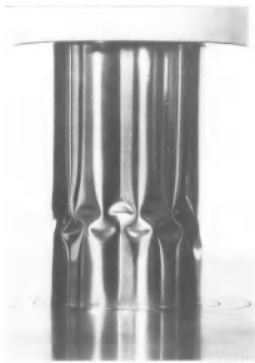
Desta maneira, esta dissertação tem como principais objetivos:

- Analisar a estabilidade elástica deste tipo de estruturas, através de várias análises lineares de estabilidade, recorrendo ao Método dos Elementos Finitos, comparando os resultados obtidos com os principais resultados de outros estudos realizados na área de instabilidade estrutural e com as equações indicadas na EN19931-1-6;
- Analisar e comparar os diferentes métodos e regulamentos alternativos existentes no continente europeu para dimensionamento de elementos com secções CHS de Classe 4 que os monopolos frequentemente apresentam, quando submetidos a compressão uniforme;

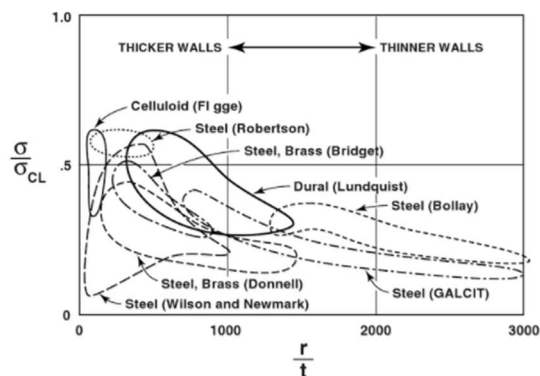
- Verificar a segurança à resistência à encurvadura de elementos de um monopolo existente, constituído por tramos de Classe 4, seguindo a metodologia dos vários métodos expostos na Dissertação.

### 1.3 Organização da dissertação

No Capítulo 2, apresenta-se primeiramente um resumo alargado do estado da arte de estabilidade elástica de cascas cilíndricas metálicas ideais carregadas axialmente, sendo posteriormente, apresentados os diferentes regulamentos europeus responsáveis pelo dimensionamento de elementos com secção CHS. Os modelos de estudo e o processo de geração dos modelos de elementos finitos são ilustrados no Capítulo 3. Com base nos resultados obtidos através das Análise Lineares de Estabilidade (ALE), apresentadas no capítulo anterior, são analisados e comparados no Capítulo 4 os diferentes métodos/regulamentos, nomeadamente no que se refere aos valores da área efetiva obtidos. Por fim, no Capítulo 5, são apresentadas as principais conclusões e possíveis desenvolvimentos futuros. O procedimento de cálculo do valor de resistência à encurvadura de um monopolo existente, com base nos resultados obtidos no Capítulo 4, é fornecido no Apêndice A.



**Figura 1.4:** Instabilidade local numa casca cilíndrica de parede fina sujeita a compressão axial. Fonte: [16]



**Figura 1.5:** Resultados de ensaios experimentais de cascas cilíndricas simplesmente apoiadas nas extremidades e carregadas meridionalmente sob a forma do rácio tensão crítica/tensão crítica teórica clássica em função do rácio raio/espessura ( $r/t$ ). Fonte: [2]

## Capítulo 2 - Revisão bibliográfica

Seguidamente, apresentam-se alguns conceitos de estabilidade estrutural bem como os principais resultados obtidos de investigações realizadas nesta área para estudar e definir a instabilidade de elementos compostos por secções CHS quando sujeitos a compressão axial. Estes resultados serão comparados no Capítulo 3 com os resultados a obter das ALE efetuadas neste trabalho. Por último, no subcapítulo 2.3, são apresentados os diferentes regulamentos publicados no continente europeu relativos ao dimensionamento de elementos com secção CHS.

### 2.1 Conceitos de estabilidade

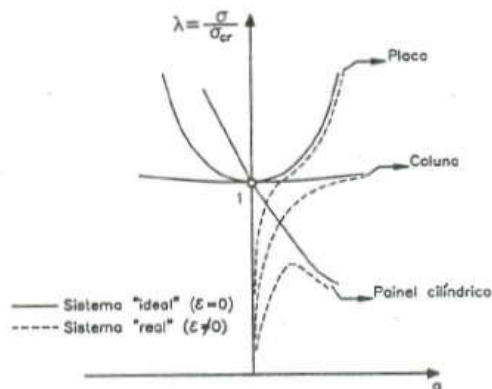
O projeto de uma estrutura não pode basear-se unicamente em conceitos de segurança relacionados com a resistência dos materiais e com a deformabilidade dos seus elementos, isto é especialmente verdadeiro no caso de estruturas de parede fina, i.e. estruturas que apresentam uma dimensão na direção da espessura muito menor em comparação com as outras duas dimensões, situação recorrente em estruturas de aço. Assim, é indispensável considerar também os fenómenos de instabilidade estrutural, uma vez que estes podem conduzir ao colapso da estrutura [19].

A configuração de equilíbrio de uma estrutura sujeita a uma determinada ação pode ser considerada como estável, instável ou neutra. Caso a estrutura retorne ou se afaste da sua posição original após a introdução da ação, a sua configuração é respetivamente estável ou instável. A configuração de equilíbrio neutra é caracterizada pela permanência da estrutura em equilíbrio relativamente à sua configuração inicial, após a introdução da ação. A forma mais simples de exemplificar o conceito de estabilidade de equilíbrio é a de considerar uma esfera rígida em repouso sobre uma superfície (i) côncava – equilíbrio estável, (ii) convexa – equilíbrio instável ou (iii) horizontal – equilíbrio neutro.

A palavra encurvadura é adotada como um termo geral para designar os fenómenos de instabilidade estrutural. Um fenómeno de instabilidade provoca que a configuração de equilíbrio de um elemento estrutural ou vários elementos estruturais, transite subitamente de estável para instável, e pode manifestar-se de dois modos distintos (i) por instabilidade bifurcacional ou (ii) pela ocorrência de um ponto limite [19]. Nesta dissertação a instabilidade bifurcacional será a única a ser analisada, visto ser este o tipo de instabilidade que normalmente ocorre no comportamento estrutural de cascas cilíndricas metálicas ideais em forma de colunas carregadas axialmente.

A instabilidade bifurcacional ocorre quando a trajetória de equilíbrio fundamental, linear ou não linear é intercetada por uma trajetória secundária, denominada por trajetória de pós-encurvadura. O ponto onde as duas trajetórias se intercetam designa-se por ponto de bifurcação. A carga neste ponto é então designada como carga de bifurcação. Num problema de instabilidade bifurcacional, a trajetória fundamental é estável até atingir o ponto de bifurcação, mas após este ponto nesta trajetória as configurações de equilíbrio passam de estáveis a instáveis. Em relação à trajetória de pós-encurvadura, como se irá ver, a configuração de equilíbrio tanto pode ser estável como instável, dependendo do tipo de bifurcação.

Todas as estruturas reais são consideradas como “imperfeitas”, apresentando inevitavelmente imperfeições geométricas iniciais (do elemento ou do carregamento). No diagrama carga-deslocamento da Figura 2.1, estão representados os comportamentos de três sistemas estruturais (coluna, placa e casca) na



**Figura 2.1:** Efeito das imperfeições iniciais numa coluna, placa e painel (casca) cilíndrico, representado num diagrama de carga-deslocamentos. Fonte: [19]

presença, ou não, de imperfeições geométricas iniciais, as quais influenciam os respectivos tipos de instabilidade.

Pelas curvas a traço interrompido na Figura 2.1, observa-se que no caso de estruturais reais que exibam imperfeições iniciais consideráveis, em geral não existe bifurcação de equilíbrio, uma vez que deixa de ser clara a separação entre as duas trajetórias (fundamental e de pós-encurvadura). Para uma estrutura ideal, o número de cargas de bifurcação é infinito, sendo a menor carga de bifurcação designada como carga crítica,  $P_{cr}$ . A obtenção deste “ponto crítico” é crucial na análise de estabilidade da respetiva estrutura e será essencial para o presente estudo.

A Análise Linear de Estabilidade, ALE, constitui o método mais eficiente a usar com fim a determinar numericamente (i) a menor carga de bifurcação, ou carga crítica  $P_{cr}$ , e (ii) o respetivo modo de instabilidade crítico. Qualquer Análise Linear de Estabilidade de um sistema estrutural implica obrigatoriamente o estabelecimento das equações de equilíbrio (i.e. equações que envolvem a determinação dos esforços, tensões e deslocamentos) na sua configuração deformada. Contudo, as equações de equilíbrio são linearizadas relativamente aos deslocamentos envolvidos, ou seja, numa configuração deformada afastada, mas próxima da trajetória fundamental [19]. Numa ALE o comportamento de pós-encurvadura não é retido.

Este método aplica-se apenas a estruturas com geometria ideal, desprezando qualquer imperfeição de carácter geométrico, material ou do modo de aplicação do carregamento. Como se verá no Capítulo 3, a Análise Linear de Estabilidade corresponde a uma análise linear de valores próprios e vetores próprios (sistema discreto). Nesta dissertação recorreu-se à ALE para determinação da carga de bifurcação associada ao primeiro modo de instabilidade (crítico), que na grande maioria das situações corresponde à carga crítica para o tipo de estruturas analisadas.

## 2.2 Fenómenos de instabilidade estrutural

Se se efetuar um corte transversal numa casca cilíndrica obtém-se uma secção transversal circular tubular (CHS em inglês). De maneira a estudar o comportamento elástico de encurvadura de uma casca cilíndrica carregada meridionalmente, é fundamental também abordar e compreender o comportamento elástico de instabilidade de colunas e placas. Refira-se que, distintos tipos de comportamentos de instabilidade podem ocorrer em função dos diferentes valores de vários parâmetros geométricos estruturais (diâmetro, espessura e comprimento), das propriedades elásticas do material e das condições de apoio de

uma casca cilíndrica ideal carregada meridionalmente. Os dois tipos de fenómenos de instabilidade que podem acontecer, individualmente ou em simultâneo, em cascas cilíndricas, são:

- Instabilidade Global: caracterizada pela encurvadura do eixo longitudinal do elemento enquanto as secções transversais sofrem deslocamentos de corpo rígido no próprio plano, mantendo-se indeformáveis. Exemplo: Coluna esbelta sujeita a compressão axial, subcapítulo 2.2.1;
- Instabilidade Local: o eixo do elemento permanece indeformado, mas a resistência da secção transversal é condicionada pela sua encurvadura (deformação) no próprio plano. Classicamente, podem definir-se dois modos de instabilidade locais: de placa e distorcional. A diferença entre estes modos reside na componente translacional da deformação da secção: no modo de placa a deformação concentra-se apenas numa placa, ou em várias placas isoladamente. Como exemplo de instabilidade de placa refira-se o caso de uma coluna tubular SHS (“square hollow section”) constituída por placas finas e sujeita a compressão axial, subcapítulo 2.2.2, e como exemplo de instabilidade distorcional, refira-se o caso de uma coluna tubular CHS com a extremidade superior livre e sujeita a compressão axial, subcapítulo 3.6.

### 2.2.1 Instabilidade de colunas

Em 1744, Leonard Euler [21] resolveu o problema de uma coluna vertical esbelta, encastrada na base e livre na sua extremidade superior, com uma configuração inicial perfeitamente reta, sujeita a uma carga axial de compressão centrada  $P$  (ver Figura 2.2(a) [22]), determinando que a sua carga crítica  $P_{cr}$ , é dada por,

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}, \quad (2.1)$$

em que  $EI$  é a rigidez de flexão e  $L$  o comprimento da coluna.

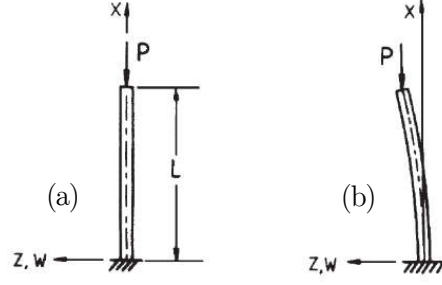
A carga de bifurcação de uma coluna de secção uniforme, para quaisquer condições de apoio, pode ser determinada pela seguinte forma,

$$P_{cr} = \pi^2 \frac{EI}{L_{cr}^2} \quad (2.2)$$

em que  $L_{cr}$  é definido como o comprimento de encurvadura, conceito introduzido por Jasinsky, em 1893 [23, 19].

A teoria de Euler descreve com bastante precisão o comportamento de encurvadura de uma coluna esbelta de secção transversal sólida ou de parede grossa, para valores de esbelteza elevados, mais especificamente, para situações em que o rácio de esbelteza ( $L/\rho$ ) é superior a 80 (valor apoiado em ensaios experimentais [22]). De forma, a obter uma relação direta com o parâmetro de esbelteza, a fórmula de Euler é reescrita da seguinte maneira,

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \pi^2 \frac{E}{\left(\frac{L}{\rho}\right)^2} ; \left(\rho = \sqrt{\frac{I}{A}}\right). \quad (2.3)$$



**Figura 2.2:** Coluna de Euler e respetivo modo de encurvadura crítico (global). Fonte: [22]

A curva de pós-encurvadura de uma coluna ideal,  $\varepsilon = 0$  (coluna de Euler) comprimida axialmente é tangente à linha horizontal no ponto de bifurcação  $\sigma/\sigma_{cr} = 1$  (ponto de deformação lateral/transversal nula,  $q = 0$ ), exibindo uma trajetória inicial parabólica e estável (ver Figura 2.1). É de notar que as curvas das colunas com imperfeições iniciais pequenas aproximam-se muito perto da curva ideal.

### 2.2.2 Instabilidade de placas

Em 1891, G.H.Bryan [24] calculou a carga de bifurcação de uma placa retangular de largura  $b$  e de comprimento  $a$ , simplesmente apoiada em todos os bordos e submetida a uma compressão axial uniforme (por unidade de comprimento) dada por  $N$ , que atua ao longo do bordo, encontrando-se com os bordos  $y = 0$  e  $y = b$  impedidos de se moverem perpendicularmente ao plano  $xy$  da placa (ver Figura 2.3). A tensão de bifurcação da placa é dada pela equação (2.4), sendo o coeficiente de encurvadura da placa  $K_c$ , dado pelo menor valor de  $K_{mn}$ , de acordo com a equação (2.5).

$$\sigma_b = K_{mn} \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2.4)$$

$$K_{mn} = \left(\frac{mb}{a} + n^2 \frac{a}{mb}\right)^2; (m = n = 1, 2, 3, \dots) \quad (2.5)$$

O valor do coeficiente de encurvadura  $K_{mn}$  é obtido através da combinação de valores de  $n$  e  $m$  que minimiza o valor da tensão de bifurcação, de forma a obter a carga crítica. O número de semi-ondas transversais e longitudinais quando a placa instabiliza é dado por  $n$  e  $m$ , respetivamente. O coeficiente  $K_{mn}$  depende das condições de fronteira e da relação comprimento/largura ( $a/b$ ) da placa. O menor de valor de  $K_{mn}$  para qualquer  $a/b$  é obtido considerando  $n = 1$ , independentemente do valor de  $m$ . Desta forma, o valor da carga crítica é obtido a partir do valor de  $m$  que minimiza a equação (2.5).

Na Figura 2.4 é apresentado um gráfico que ilustra a variação dos coeficientes de encurvadura em função da relação  $a/b$ , para dez situações distintas de condições de fronteira. Para a placa representada na Figura 2.4, simplesmente apoiada em todos os bordos (situação C), considerando a relação:

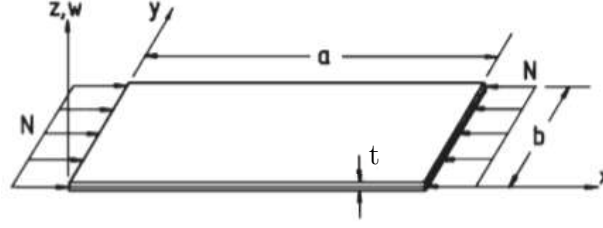
- $a/b > 4$ , a placa é denominada como longa, e  $K_c$  é aproximadamente igual a 4, obtendo-se,

$$\sigma_{cr} = \frac{E\pi^2}{3(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2; \quad (2.6)$$

- $a/b < 1$ , a placa é denominada como curta. Se  $a/b \ll 1$ , então  $K_c = (a/b)^2$ , e, por conseguinte, obtém-se a fórmula da coluna larga (“wide column formula”, designação anglo-saxónica),

$$\sigma_{cr} = K_c \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{a}\right)^2. \quad (2.7)$$





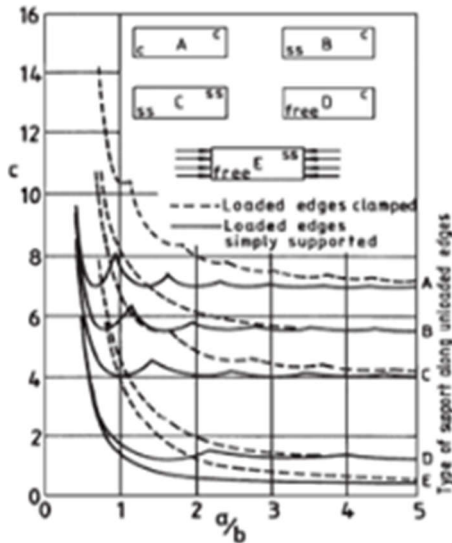
**Figura 2.3:** Placa comprimida axialmente. Fonte: adaptado de [22]

A Figura 2.4 permite perceber que para um número de faces de uma secção poligonal oca (PHS, designação anglo-saxónica, “Polygonal Hollow Section”), para a situação C quando  $a/b \gg 4$  ( $K_c = 4$ ), os resultados associados à instabilidade de placas vão de encontro aos resultados obtidos para os modelos bi-apoiados de cascas CHS (Situações 1,3 e 4, ver Tabela 3.4 no Capítulo 3). Admitindo as paredes finas da casca cilíndrica como um agrupamento de elementos de placa ao longo dos seus bordos longitudinais simplesmente apoiados, pode simular-se a estrutura tubular composta por elementos de casca através elementos de placa (ver Figura 2.6), obtendo-se a seguinte expressão,

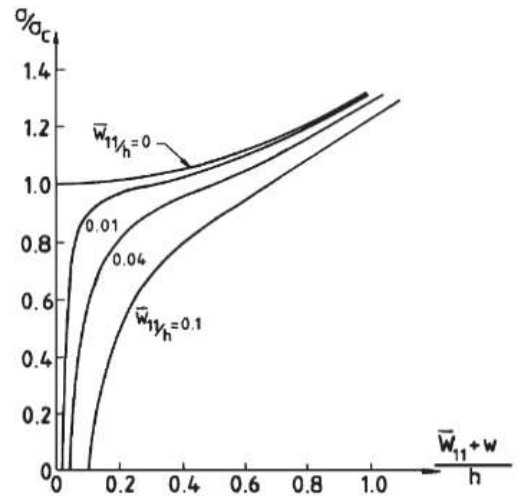
$$\sigma_{cr} = \frac{E\pi^2}{3(1-\nu^2)} \left( \frac{t}{b_{PHS}} \right)^2 ; \left( b_{PHS} = \frac{2\pi(r_{ext} - \frac{t}{2})}{n} \right), \quad (2.8)$$

em que  $t$  é a espessura,  $r_{ext}$  o raio exterior de uma casca cilíndrica,  $n$  o número de lados de uma secção PHS e  $b_{PHS}$  a largura aproximada de uma aresta de uma secção PHS. É de notar que a equação (2.8) está associada à instabilidade local de placa, e que para um  $n$  infinito a carga crítica tenderá de igual modo para infinito. Os resultados obtidos com esta formulação, mais concretamente o número de faces de uma secção PHS, servem de auxílio para o estudo do método 5, abordado no subcapítulo 2.3.5.

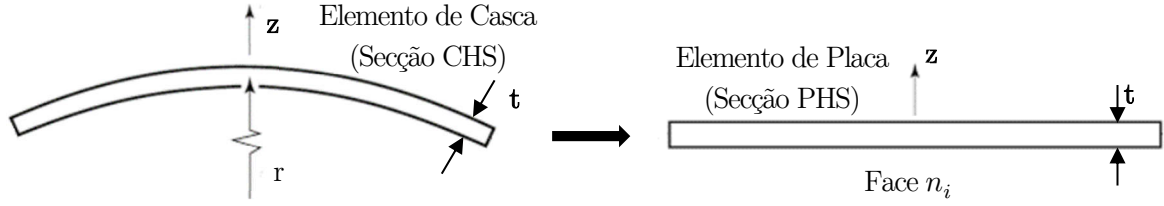
A deformação fora do plano  $xy$ , no centro de placas quadradas perfeitas e imperfeitas, sujeitas a uma carga uniforme, é representada na Figura 2.5, e pode constatar-se que as placas exibem uma trajetória inicial de pós-encurvadura igual à das colunas, no entanto, a curvatura apresentada é consideravelmente mais acentuada no caso das placas. Após a placa encurvar, a rigidez decresce, contudo, a rotura só ocorre quando a carga axial nos bordos sem carregamento atinge a tensão de cedência. Este fenómeno que ocorre



**Figura 2.4:** Coeficiente de encurvadura de placas retangulares para variadas condições de apoio. Fonte: [22]



**Figura 2.5:** Comportamento de pós-encurvadura não-linear de placas ideais e reais. Fonte: [22]



**Figura 2.6:** Metodologia adotada para modelar uma estrutura tubular através de elementos de placa. Fonte: adaptado de [2]

na fase de pós-encurvadura deve-se à redistribuição de tensões, o que levou von Karman et al [25] a introduzirem o conceito de largura efetiva.

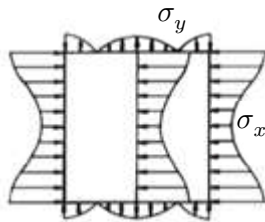
### Largura efetiva

Tendo em conta que as placas de parede fina podem suportar cargas consideravelmente superiores às cargas de encurvadura (ver Figura 2.5), a fim de se realizar um dimensionamento mais eficiente, a resistência adicional de pós-encurvadura deve ser contabilizada.

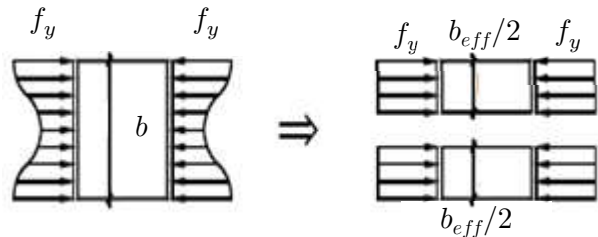
A Figura 2.7 ilustra a distribuição de tensões, na direção  $x$  e  $y$ , na fase de pós-encurvadura para uma placa retangular simplesmente apoiada, com os bordos carregados de forma uniforme e os bordos não carregados impedidos de se deformarem fora do plano  $xy$ . Na fase de pós-encurvadura é possível observar dois fenómenos simultâneos [19], (i) a tensão axial de compressão no eixo  $x$ , deixa de ser uniformemente distribuída, ocorrendo uma redistribuição das tensões do centro da placa para os bordos longitudinais e como resultado, (ii) é gerado um valor máximo nos bordos sem carregamento, de forma a manter os bordos retos. Os esforços no eixo  $y$  que surgem na fase de pós-encurvadura são de bastante importância, uma vez que, na região central as tensões neste eixo são de tração, o que provoca um aumento considerável da rigidez da placa que impede o aumento da deflexão lateral.

A distribuição de esforços na fase de pós-encurvadura levou a que von Karman et al, em 1932, a sugerissem uma metodologia aproximada baseada em duas ideias fundamentais, de forma a calcular a capacidade da carga de uma placa na fase de pós-encurvadura:

- Conceito de largura efetiva, o qual admite que a carga total se distribui uniformemente por duas faixas fictícias de largura  $b_{eff}$  (largura efetiva) adjacentes às extremidades do bordo da placa (ver Figura 2.8 [26]);
- Numa placa com secção efetiva o colapso ocorre quando se atinge a tensão de cedência, equação (2.11). Combinando as equações (2.9), (2.10) e (2.13), é possível obter uma expressão, equação (2.15), que permite determinar, aproximadamente, a tensão média no colapso com base em duas



**Figura 2.7:** Distribuição de tensões na fase de pós-encurvadura, da placa da Figura 2.4. Fonte: adaptado de [22]



**Figura 2.8:** Conceito de largura efetiva,  $b_{eff}$ . Fonte: adaptado de [26]

grandezas fáceis de calcular, deste modo, evitando-se assim a necessidade de conhecer o comportamento de pós-encurvadura da placa [26] (ver fluxograma da Figura 2.9).

A verificação de segurança de elementos com secção transversal de Classe 4 prescrita na norma EN 1993-1-5 [27], implica a determinação da respetiva secção efetiva, assente na metodologia formulada inicialmente, por Von Karman *et al* e modificada em resultado de trabalhos posteriores, equação (2.14). Em 1947, Winter efetuou uma importante contribuição para a engenharia estrutural, ao propor uma fórmula da largura efetiva [28], alternativa à fórmula de Von Karman, onde é contabilizada a diminuição da carga última devida à presença das imperfeições geométricas e das tensões residuais.

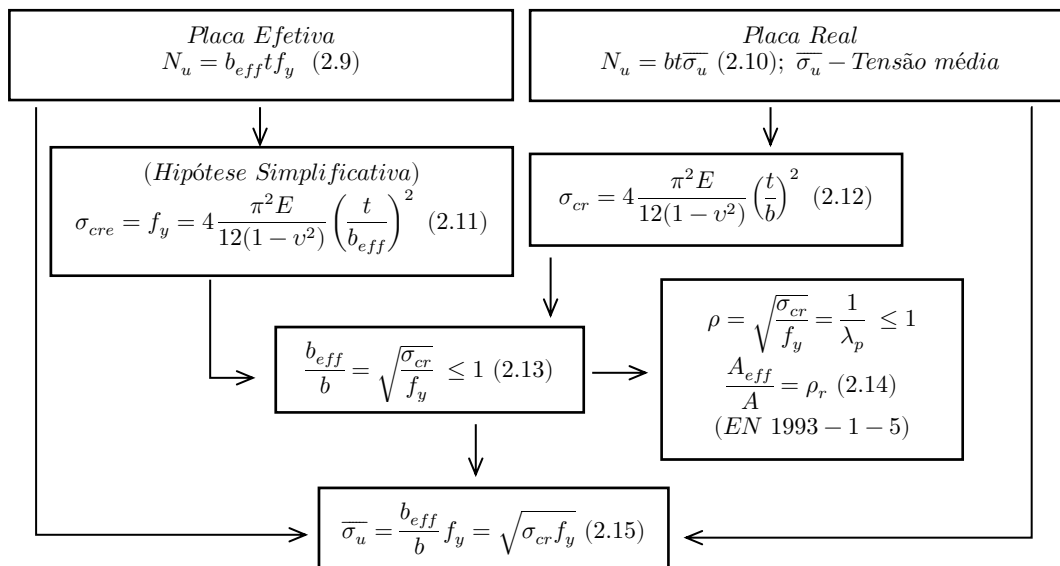
Para elementos de casca, o processo de obtenção da área efetiva é descrito no subcapítulo 2.3. Contrariamente à EN 1993-1-5, a EN 1993-1-6, norma responsável por elementos de casca e verificação da segurança de secções CHS de Classe 4, emprega uma metodologia onde a segurança de secções de Classe 4 é verificada com base na redução da tensão.

### 2.2.3 Instabilidade de cascas cilíndricas

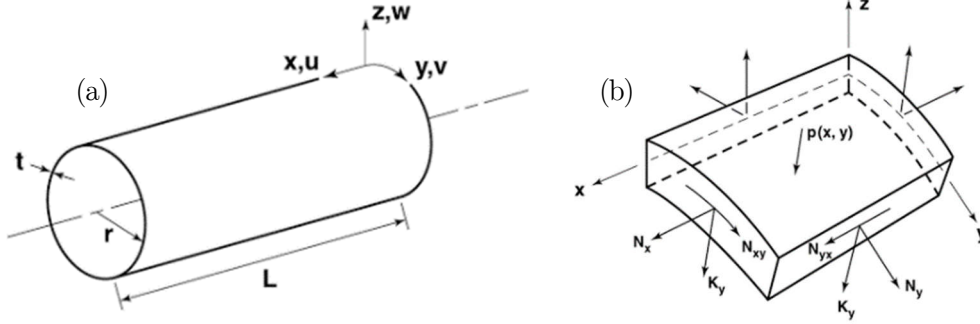
As cascas cilíndricas são classificadas como estruturas axissimétricas, estruturas geradas rodando a secção transversal de 360° segundo o próprio eixo de revolução. Em geral as cascas possuem espessura ( $t$ ) e raio ( $r$ ) constantes. Nesta Dissertação somente será seguida a convecção de eixos ao longo da trajetória fundamental, utilizada pela teoria de cascas de Donnell [29] para obtenção das equações (2.18, 2.19 e 2.20), cuja dedução se encontra detalhada em [22].

A convenção de símbolos utilizada por Donnell encontra-se representada na Figura 2.10. O sistema de coordenadas  $x, y, z$  (axial, circunferencial e radial) e os correspondentes deslocamentos  $u, v, w$ , são quantificados a partir da superfície de referência, localizada a meio da espessura da casca (ver Figura 2.10(a)). Quanto às forças, são definidas de acordo com a Figura 2.10(b).

Considerando a estabilidade de uma casca cilíndrica ideal (i.e. sem imperfeições iniciais) simplesmente apoiada nas duas extremidades e submetida a uma compressão axial distribuída uniformemente, que produz uma deformação de pré-encurvadura axissimétrica (ver Figura 2.11(a)), a carga crítica  $P_{cr}$ , é a menor carga axial a partir do qual o estado de equilíbrio deixa de ser estável. Assumindo que a casca é suficientemente longa para que o efeito de flexão junto às extremidades possa ser desprezado, é



**Figura 2.9:** Fluxograma da metodologia de Von Karman ( $\lambda_p$  esbelteza normalizada de uma placa;  $\rho_r$  coeficiente de redução)



**Figura 2.10:** Representação da geometria e das forças numa casca cilíndrica. Fonte: [2]

aceitável proceder-se à “linearização” do estado de pré-encurvadura da casca (ver Figura 2.11(b) e 2.11(c)), com base na teoria de membrana [19]. Os valores dos esforços de membrana (forças somente no plano de carregamento, i.e. esforços normais  $N_x$  e  $N_y$  e esforços tangenciais  $N_{xy}$ ) ao longo da trajetória fundamental são dados por,

$$N_{x0} = -\frac{P}{2\pi R} = -\lambda \frac{Et^2}{cR}, \quad N_{y0} = N_{xy0} = 0, \quad (w_0 = \text{constante}; \quad c = Et/(1 - \nu^2)) \quad (2.16)$$

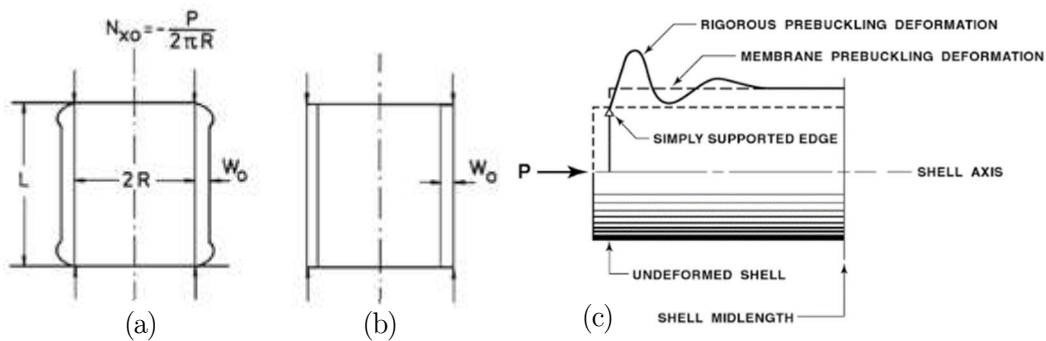
O valor da carga crítica de uma casca cilíndrica perfeita carregada meridionalmente é expresso em função dos parâmetros geométricos da casca ( $L, R, t$ ), das propriedades elásticas do material ( $E, \nu$ ), e do número de semi-ondas longitudinais e circunferenciais, respetivamente,  $m$  e  $n$  equação (2.16). Tendo em conta as diferentes combinações possíveis, a carga crítica pode estar associada a três situações distintas de cilindros, cilindros de comprimento médio, curto e longo, consoante o modo de instabilidade crítico apresentado. Assim,

$$N_x = N_x(L, R, t, E, \nu, m, n). \quad (2.17)$$

Para um cilindro de comprimento médio a tensão crítica de bifurcação associada a um modo de instabilidade local é dada por,

$$\sigma_{cr} = \frac{Et}{cR} = \frac{E}{\sqrt{3(1 - \nu^2)}} \times \frac{t}{R}. \quad (2.18)$$

A equação (2.18) foi obtida independentemente por Lorenz, Timoshenko e Southwell, por volta de 1910, [22]. Desde então, é tomada como a expressão de referência para todos os casos de encurvadura por compressão axial em cilindros de comprimento médio,  $\sigma_{cl}$  (valor clássico da carga crítica,  $\sigma_{cr}$ ). Atualmente a norma EN 1993-1-6 adota uma regulamentação baseada na expressão (2.18) para o cálculo da tensão crítica elástica de uma casca cilíndrica, mas introduziu uma nova variável  $C_x$ , definida em função dos parâmetros geométricos da casca. Relativamente à configuração do modo crítico de instabilidade, constata-se que a tensão de bifurcação da equação (2.18) está associada à ocorrência simultânea de dois modos de instabilidade [19, 30] (i) modo axissimétrico, caracterizado pela inexistência de semi-ondas



**Figura 2.11:** Linearização do estado de pré-encurvadura numa casca cilíndrica comprimida axialmente. Fonte: [22, 2]

circunferenciais (ver Figura 2.12(a)), e (ii) modo assimétrico, caracterizado pela existência de várias semi-ondas longitudinais e circunferenciais (ver Figura 2.12(b)).

A relevância de cada um desses dois modos está intimamente ligada à geometria dos cilindros. Os modos de pós-encurvadura subsequentes em cascas cilíndricas são difíceis de ser descritos ou representados esquematicamente. Por vezes, o modo de pós-encurvadura resultante é descrito normalmente como diamante (ver Figura 2.12(c)), com deslocamentos axiais de valor substancialmente superiores aos que caracterizam os dois primeiros modos de instabilidade [16].

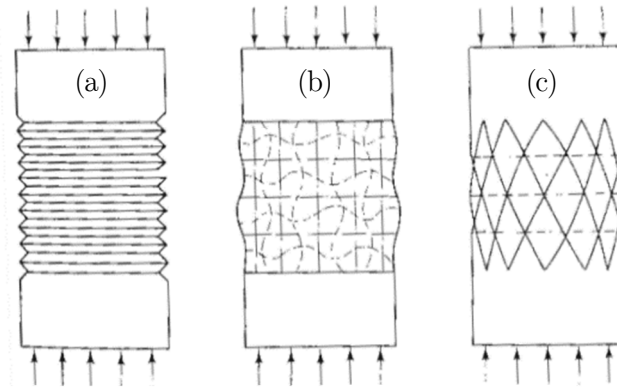
Para um cilindro curto (associado a um modo de instabilidade do tipo local de placa (ver Figura 2.13)) o valor da tensão crítica obtida é equivalente à tensão obtida para a situação de coluna larga, já referida anteriormente na equação (2.7), sendo dado por,

$$\sigma_{cr} = \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{L}\right)^2 \quad (2.19)$$

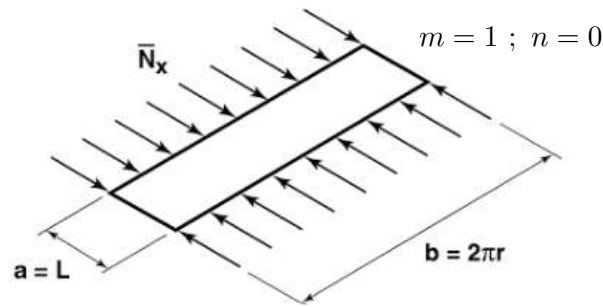
Um cilindro longo (associado a um modo de instabilidade do tipo global) este pode encruvar como uma coluna de Euler, com secção indeformável, ou seja, com  $m$  e  $n$  igual a um. Consequentemente a carga crítica nesta situação é dada por,

$$\sigma_{cr} = \frac{P_c}{A} = \pi^2 \frac{EI}{(AL)^2} = \pi^2 \frac{E}{2} \left(\frac{R}{L}\right)^2 ; (I = \pi R^3 t ; A = 2\pi R t). \quad (2.20)$$

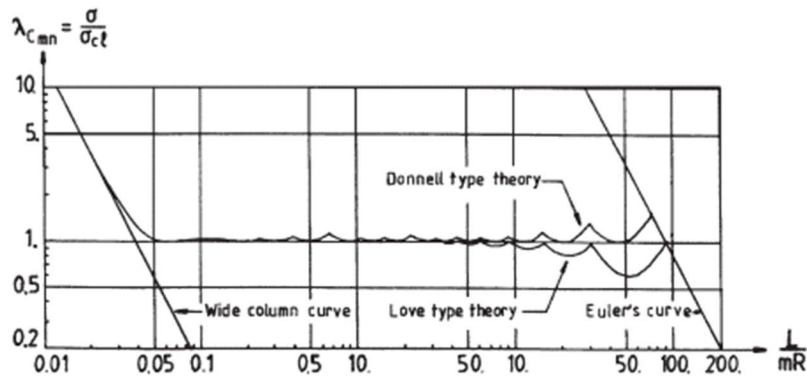
A Figura 2.14 ilustra os três cenários distintos referenciados anteriormente (i.e. cilindros de comprimento médio, curto e longo), representando num diagrama a relação entre o rácio de tensões o parâmetro geométrico  $L/(mR)$ , para uma situação em que  $R/t = 1000$ . Como se pode ver na Figura 2.14, à medida que o parâmetro geométrico do cilindro diminui, a assíntota da tensão de encurvadura meridional crítica aproxima-se da curva de coluna larga, assumindo assim uma abordagem de placa. A situação contrária também pode ser observada, i.e. à medida que o parâmetro geométrico do cilindro aumenta, a assíntota da tensão de encurvadura meridional crítica aproxima-se da curva de Euler, assumindo assim uma abordagem de coluna de Euler.



**Figura 2.12:** Configuração dos modos de encurvadura axissimétrico, assimétrico e diamante em cascas cilíndricas. Fonte: [30]



**Figura 2.13:** Cilindro muito curto “desenrolado” submetido a compressão axial, para modelar uma placa longa plana ( $a/b \ll 1$ ), comprimida transversalmente com os bordos longitudinais simplesmente apoiados. Fonte: [2]



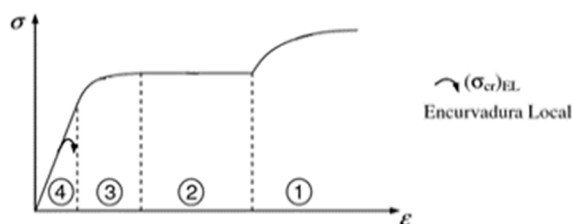
**Figura 2.14:** Comparação da carga crítica associada cilindros de comprimento médio, curto e longo, através das teorias de Love e Donnell. Fonte: [22]

## 2.3 Métodos de dimensionamento

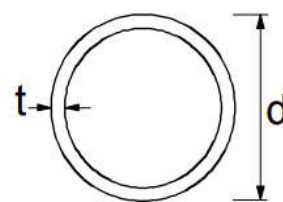
O uso de secções CHS é vasto na área da engenharia estrutural, pelo que o dimensionamento destas secções é abrangido por todas as grandes normas de dimensionamento mundiais. A fim de determinar a resistência das secções transversais à compressão e flexão, as normas empregam o conceito de classificação das secções transversais, baseado na sua suscetibilidade à encurvadura local e na capacidade de deformação plástica das secções. Contudo, existe uma significativa variabilidade entre os diferentes limites de esbelteza utilizados para separar as classes das secções para cada norma de dimensionamento.

Transcrito da NP EN 1993-1-1: “A *classificação das secções transversais tem como objetivo identificar em que medida a sua resistência e a sua capacidade de rotação são limitadas pela ocorrência de encurvadura local.*”. A EN 1993-1-1, a BS 5950 [31], a EN 1993-1-4 [32] e a EN 1999-1-1 [33] definem 4 classes com comportamentos distintos para as secções transversais. Por sua vez, a norma norte-americana AISC 360 [34] e a norma australiana AS 4100 [35] definem somente três classes, uma vez que não existe uma classe equivalente à Classe 2 (classe apresentada nas normas europeias, mencionadas anteriormente). A Classe 3 destas normas equivale então à Classe 4 (secções esbeltas) das normas Europeias referidas. A capacidade de rotação das 4 classes é ilustrada na Figura 2.15. Para se determinar a capacidade de resistência à compressão de uma secção transversal, é fundamental ter em consideração as reduções de resistência, devidas aos efeitos da encurvadura local.

As secções transversais de Classe 4 são, na sua grande maioria, abordadas como secções esbeltas como é o caso das secções tubulares circulares em estudo. Os elementos estruturais estudados são compostos por secções CHS de parede fina e consequentemente a sua primeira condição de dimensionamento é a



**Figura 2.15:** Comportamento distinto das quatro classes de seções apresentam, quando sujeitas a flexão pura. Fonte: adaptado de [26]



**Figura 2.16:** Seção CHS. Fonte: [7]

encurvadura local, uma vez que este tipo de fenômenos, manifesta-se antes do material atingir a tensão de cedência. Para as primeiras três classes, o procedimento de classificação é baseado na suposição que a seção transversal ou as suas partes não sofrem encurvadura local antes que seja atingida a sua tensão de cedência do material, ou seja, para essas classes as seções transversais são totalmente efetivas à compressão. De forma a respeitar a condição anterior, o rácio  $d/t$  para as seções tubulares circulares (em que  $d$  representa o diâmetro exterior da seção CHS e  $t$  a espessura da parede do tubo, ver Figura 2.16), para cada norma, não deve exceder o respetivo valor limite de seções esbeltas para cada norma, apresentado na Tabela 2.1. Caso seja excedido o rácio  $d/t$ , a seção transversal é classificada como classe 4.

Para todas as normas de dimensionamento, o parâmetro de esbelteza depende do rácio geométrico diâmetro-espessura e da tensão de cedência do material,  $f_y$ . A Tabela 2.1 resume para as normas europeias, norte-americana e australiana, o parâmetro de esbelteza, o limite de seções esbeltas e o respetivo guia para análises da seção transversal efetiva à compressão e flexão.

**Tabela 2.1:** Parâmetros de esbelteza, limites de seções esbeltas e guia de propriedades de seções CHS adotados por diferentes normas de dimensionamento.

Norma de Dimensionamento	Parâmetro de Esbelteza	Limite de seções esbeltas		Guia das propriedades da seção efetiva de Classe 4	
		Compressão	Flexão	Compressão	Flexão
EN1993-1-1 (2005) Aço Estrutural	$\frac{D}{t} \frac{f_y}{235}$	90	90	Não é fornecido, contudo é direcionado para a EN1993-1-6 (2007) – Cascas	Não é fornecido, contudo é direcionado para a EN1993-1-6 (2007) – Cascas
BS 5950-1 (2000) Aço Estrutural	$\frac{D}{t} \frac{f_y}{275}$	80	140	Seção 3.6.6 ( $D < 240mm$ )	Seção 3.5.6.4 ( $D < 240mm$ )
EN 1993-1-4 (2006) Aço inoxidável	$\frac{D}{t} \frac{f_y}{235} \frac{210000}{E}$	90	280 ( $D > 240mm$ )	Não é fornecido, contudo é direcionado para a EN1993-1-6 (2007) – Cascas	Não é fornecido, contudo é direcionado para a EN1993-1-6 (2007) – Cascas
EN 1999-1-1 (2007) Alumínio	$\frac{D}{t} \frac{f_y}{250}$	$\left(\frac{22}{3}\right)^2 = 53,8$ (Classe A admitida)	53,8 (Classe A admitida)	Classe 6.1.5	Classe 6.1.5
BS EN 50341-1 (2012)	$\frac{D}{t} \frac{f_y}{235}$	-	176	Não é fornecida qualquer formula para o caso de compressão uniforme.	Anexo K.4
AISC 360 (2005) Aço Estrutural	$\frac{D}{t} \frac{f_y}{E}$	0,11	0,31	Seção E7	Seção F8
AS 4100 (1998) Aço Estrutural	$\frac{D}{t} \frac{f_y}{250}$	82	120	Seção 6.2	Seção 7.2

A partir da Tabela 2.1 pode ser observado que:

- Os limites dos parâmetros de esbelteza à compressão são de certa forma consistentes entre as normas de dimensionamento do aço estrutural e inoxidável, porém, para o alumínio o limite é relativamente mais baixo;
- Para os limites dos parâmetros de esbelteza à flexão, a variação entre os limites de cada norma de dimensionamento é visivelmente significativa;
- Quanto maior for a tensão de cedência, maior é o limite do parâmetro de esbelteza consequentemente, a secção é mais suscetível a fenómenos de encurvadura local antes de atingir a tensão de cedência.

Nesta dissertação, só serão estudadas as normas adotadas para o aço estrutural, como é o caso da EN 1993 (EN 1993-1-1 e EN 1993-1-6) e da BS 5950-1. É de notar que a BS EN 50341-1 [36] é complementada pela norma EN 1993-1-1, e somente estabelece o limite de esbelteza à flexão entre as secções de Classe 3 e 4 e o respetivo guia de análise da secção transversal efetiva à flexão para o caso de torres metálicas. Porém, para secções de transversais ocas poligonais a norma BS EN 50341-1 apresenta um quadro que permite obter de forma expedita a área efetiva em função do número de faces do polígono e do rácio diâmetro/espessura. Visto que, quanto maior o número de faces mais a secção transversal poligonal se aproxima de uma secção transversal circular, será então interessante perceber se este modo de obtenção da área efetiva é aceitável para secções CHS.

A par dos métodos incluídos nas normas de dimensionamento enumeradas anteriormente, será também apresentado um método alternativo (que não se encontra presente nas normas de dimensionamento), o método de resistência contínua, CSM (designação anglo-saxónica para “Continuous Strength Method”) [37], bem como a versão provisória da segunda proposta de revisão da EN 1993-1-1, intitulada por prEN 1993-1-1 (2017) [38].

Neste subcapítulo, serão expostos os métodos de dimensionamento mencionados na Tabela 2.2, de forma a averiguar posteriormente se os diferentes procedimentos conduzem a um correto dimensionamento dos elementos com secção CHS, quando submetidos a compressão uniforme. Os métodos de dimensionamento em seguida expostos serão assim ajustados para a situação de uma torre tubular metálica de telecomunicações ou monopolo.

**Tabela 2.2:** Métodos de dimensionamento considerados.

Nº do método	Método	Subcapítulo
1	EN 1993-1-6	2.4.1
2	BS 5950-1	2.4.2
3	CSM - Continuous Strength Method	2.4.3
4	prEN 1993-1-1	2.4.4
5	BS EN 50341-1	2.4.5

### 2.3.1 Eurocódigo 3

O Eurocódigo 3, EC3, que rege o dimensionamento de estruturas de aço, pertence a um conjunto de dez regulamentos estruturais europeus atualmente em vigor e encontra-se agrupado em 6 partes, sendo a parte 1 do Eurocódigo 3 subdividida em 12 subpartes.

Apesar de existir uma norma dedicada estritamente a estruturas de torres e mastros, a EN 1993-3-1 [39], nessa norma não é feita qualquer alusão a estruturas de monopolos, relativamente aos estados limites últimos de encurvadura dos elementos comprimidos, ao contrário das torres reticuladas e dos mastros que



são contemplados, no anexo G. As regras específicas para classificação das secções transversais, na alínea (1), referidas no ponto 6.2.1 da EN 1993-3-1, são remetidas para a EN 1993-1-1.

A parte 1-1 do Eurocódigo 3 inclui regras e disposições aplicáveis a estruturas de edifícios e outras estruturas metálicas correntes. Neste trabalho apenas serão abordadas as disposições contidas nas Partes 1-1 (regras gerais e regras para edifícios) e 1-6 (cascas). É de referir que a parte 1-6 não se encontra ainda traduzida em português e possivelmente não chegará a ser traduzida.

### EN 1993-1-1

No capítulo 6 da EN 1993-1-1, estados limites últimos, relativamente à resistência de secções transversais de Classe 4, é mencionado no ponto 6.2.2.5 que as propriedades da secção efetiva deverão basear-se nas larguras efetivas das suas partes comprimidas, remetendo na alínea (3) desse ponto para a EN 1993-1-5. Contudo, na alínea (5), no caso de secções circulares tubulares CHS, a EN 1993-1-1 remete para as regras definidas na norma EN 1993-1-6.

Em relação aos estados limites últimos de encurvadura de elementos uniformes comprimidos, no ponto 6.3.1.1 (1), afirma-se que a segurança é cumprida se,

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1,0, \quad (2.21) \text{ [7], eq. (6.46)}$$

em que  $N_{Ed}$  é o valor de cálculo do esforço axial de compressão e  $N_{b,Rd}$  o valor de cálculo da resistência a encurvadura do elemento comprimido.

Para uma secção transversal de Classe 4, o valor de cálculo de  $N_{b,Rd}$  é dado por,

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A_{eff} f_y}{\gamma_{M1}} \leq 1,0, \quad (2.22) \text{ [7], eq. (6.48)}$$

em que  $\chi$  é um coeficiente de redução. O valor do coeficiente parcial de segurança  $\gamma_{M1}$  encontra-se definido no anexo nacional da EN1993-1-1, que estabelece o valor 1,0.

Dado que o cálculo da resistência à encurvadura por compressão axial envolve o cálculo da área efetiva de secções tubulares de Classe 4, esta verificação é remetida uma vez mais para as regras definidas na norma EN 1993-1-6. Posto isto, a metodologia para verificação da segurança de elementos com secções CHS sujeitos a compressão axial requer o cálculo do valor da tensão crítica elástica meridional,  $\sigma_{x,Rcr}$  (equação (2.38)), definido no Anexo D da EN 1993-1-6, a fim de obter a tensão de dimensionamento à encurvadura meridional,  $\sigma_{x,Rd}$  (equação (2.28)). O valor da esbelteza normalizada global  $\lambda$ , resultante do procedimento prescrito na EN 1993-1-6 é dado por,

$$\lambda = \sqrt{\frac{\sigma_{x,Rd}(EN\ 1993-1-6)A}{N_{cr}}}, \quad (2.23)$$

em que  $N_{cr}$  é a carga de Euler, definida anteriormente pela equação (2.2) e  $A$  a área bruta da secção. Apesar da diferença de parâmetros entre a equação (2.23) e da equação (2.24),

$$\lambda = \sqrt{\frac{f_y A_{eff}}{N_{cr}}}, \quad (2.24) \text{ [7], eq. (6.49)}$$

exibida no ponto 6.3.1.2 do EN 1993-1-1, a filosofia de cálculo é equivalente.

A metodologia a seguir para calcular o coeficiente de redução é comum a todas as classes de secções CHS e é obtida pela combinação das equações (2.25) e (2.26) presentes na EN 1993-1-1, respetivamente,

$$\phi = 0,5[1 + \alpha(\lambda - 0,2) + \lambda^2], \quad (2.25) \text{ [[7], eq. (6.49)]}$$

e

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \lambda^2}}. \quad (2.26) \text{ [[7], eq. (6.49)]}$$

O fator de imperfeição  $\alpha$  correspondente à curva de dimensionamento apropriada deve ser escolhido de acordo com a geometria da secção, tensão de cedência do aço e eixo principal de inércia em torno do qual a coluna encurva. As curvas de dimensionamento e o respetivo fator de imperfeição a considerar para uma secção CHS estão definidas na Tabela 2.3. Para o caso em estudo, como será adotado um aço laminado acabado a quente S355 (i.e. com uma tensão nominal de cedência igual a 355MPa), o fator de imperfeição é de 0,21.

**Tabela 2.3:** Fatores de imperfeição em função das curvas de dimensionamento. Fonte: [7]

Secção transversal	Limites	Encurvadura em relação ao eixo	Curva de dimensionamento		Fator de imperfeição				
			S235 S275 S355 S420	S460	$a_0$	a	b	c	d
CHS	Acabadas a quente	Qualquer	A	$a_0$	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76
	Enformadas a frio	Qualquer	C	c					

O valor da resistência à encurvadura de um elemento comprimido, resultante do procedimento prescrito na EN 1993-1-6, é dado por,

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi(\lambda)\sigma_{x,Rd}(EN\ 1993 - 1 - 6)A}{\gamma_{M1}} \leq 1,0. \quad (2.27)$$

### EN 1993-1-6

A norma EN 1993-1-6 apresenta uma metodologia para determinação das propriedades da secção efetiva de cascas CHS à compressão, através da obtenção da resistência última associada à encurvadura local de cascas. O uso da EN 1993-1-6 foi complementado com o apoio do documento de recomendações de dimensionamento TWG 8.4 “Shells” da ECCS [14].

No ponto 8.5 da EN 1993-1-6 “Estado limite de encurvadura de cascas (LS3)”, são expostos os procedimentos e critérios gerais para a verificação da segurança. A tensão de dimensionamento à encurvadura meridional  $\sigma_{x,Rd}$ , é obtida a partir da expressão,

$$\sigma_{x,Rd} = \sigma_{x,Rk} / \gamma_{M1} \quad (2.28) [ [15], eq. (8.11)]$$

O valor do coeficiente parcial de segurança  $\gamma_{M1}$  deve ser definido no anexo nacional da EN 1993-1-6, mas, visto, não existir o anexo português, deve adotar-se a recomendação da norma EN 1993-1-6 que estabelece um valor igual a 1,1. A tensão de encurvadura característica meridional  $\sigma_{x,Rk}$ , é obtida pela multiplicação da tensão característica de cedência  $f_{yk}$ , pelo fator de redução de encurvadura  $\chi_x$ ,

$$\sigma_{x,Rk} = f_{yk}\chi_x. \quad (2.29) [ [15], eq. (8.12)]$$

O fator de redução de encurvadura  $\chi_x$ , é determinado em função da esbelteza relativa da casca sendo dado por,

$$\chi_x = \begin{cases} 1 & , se \lambda_x \leq \lambda_0 \\ 1 - \beta \left( \frac{\lambda_x - \lambda_0}{\lambda_p - \lambda_0} \right)^n & , se \lambda_0 < \lambda_x < \lambda_p \\ \frac{\alpha}{\lambda_x^2} & , se \lambda_p \leq \lambda_x \end{cases} \quad \begin{aligned} (2.30) [ [15], eq. (8.13)] \\ (2.31) [ [15], eq. (8.14)] \\ (2.32) [ [15], eq. (8.15)] \end{aligned}$$

em que:

- $\alpha$  é o fator de imperfeição da casca;
- $\beta$  é o fator associado à interação entre instabilidade local e cedência plástica;
- $n$  é o expoente de interação elástico;
- $\lambda_0$  é o limite de esbelteza, que define a menor esbelteza para a qual que os efeitos de encurvadura condicionam o dimensionamento da casca;
- $\lambda_p$  é o limite de esbelteza, que define a esbelteza para a qual a coluna tem comportamento elástico no colapso.

O cálculo do fator de redução de encurvadura é definido com base em três zonas distintas de dimensionamento (ver Figura 2.17), sendo estas (i)  $\lambda_x \leq \lambda_0$ , colapso em regime plástico, (ii)  $\lambda_0 < \lambda_x < \lambda_p$ , patamar intermédio, e (iii)  $\lambda_p \leq \lambda_x$ , colapso devido à instabilidade local e imperfeições geométricas. Neste último caso, a tensão de encurvadura característica pode ser calculada da seguinte forma:

$$\sigma_{x,Rk} = \alpha \sigma_{x,Rcr} \quad (2.33)$$

Os valores dos parâmetros  $\alpha, \beta, n, \lambda_0$  devem ser retirados do Anexo D da norma. O valor limite plástico da esbelteza relativa e o parâmetro de esbelteza normalizada devem ser determinados, respetivamente, pela equação (2.34) e pela equação (2.35),

$$\lambda_p = \sqrt{\frac{\alpha}{1 - \beta}} \quad (2.34) [ [15], eq. (8.16)]$$

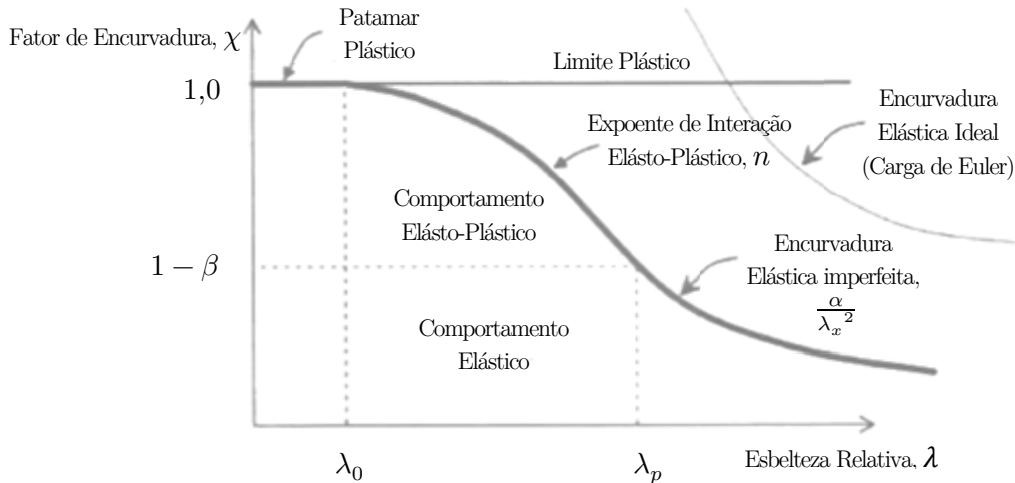
e

$$\lambda_x = \sqrt{\frac{f_{yk}}{\sigma_{x,Rcr}}} \quad (2.35) [ [15], eq. (8.17)]$$

O valor da tensão crítica elástica meridional encontra-se também definido no Anexo D. A fim de verificar a segurança à encurvadura somente para a ação da tensão meridional, o seguinte critério deve ser cumprido,

$$\sigma_{x,Ed} \leq \sigma_{x,Rd} \quad (2.36) [ [15], eq. (8.18)]$$

O Anexo propõe expressões para o cálculo da tensão de encurvadura para cascas de espessura constante, de modo a verificar a segurança de cascas cilíndricas à encurvadura local. Os parâmetros geométricos, as tensões de membrana e as respetivas resultantes de uma casca cilíndrica indicados da EN 1993-1-6, estão representados na Figura 2.9, no subcapítulo 2.2.3. A determinação do comprimento de encurvadura da casca cilíndrica,  $L_{cr}$ , é definido em função das condições de fronteira da casca, sendo estas definidas nas secções 2.3, 5.2.2, e 8.3 da EN 1993-1-6 (ver subcapítulo 3.5.2).



**Figura 2.17:** Curva de capacidade para cascas e parâmetros  $(\alpha, \beta, n, \lambda_0)$ .

Um dos interesses neste trabalho, reside no estudo das condições de fronteira, porque, apesar de os monopolos, no seu todo, apresentarem condições de apoio correspondentes a uma consola (i.e. correspondendo às condições de fronteira tipo BC1-BC3 indicada na EN 1993-1-6), a ligação entre troços é em geral classificada como semi-rígida (i.e. BC2), embora de um modo conservativo também se possa utilizar a extremidade como livre no limite (i.e. BC3). As nomenclaturas BC1, BC2 e BC3 encontram-se definidas na Tabela 3.5, no subcapítulo 3.5.2.

Salienta-se que as fórmulas do EN 1993-1-6, no Anexo D, são aconselhadas somente para aplicação em situações bi-apoiadas, excluindo a condição de apoio BC3. Para condições de fronteira em que uma extremidade é livre, não existe uma fórmula para o cálculo da tensão meridional crítica. Nestas situações, em que não existem expressões apropriadas no Anexo D (como numa casca cilíndrica com uma extremidade livre carregada axialmente), recomenda-se no ponto 8.5.2, alínea (8), da EN 1993-1-6 que a carga crítica seja determinada através de uma Análise Linear de Estabilidade, realizada por um software de elemento finitos, de acordo com o ponto 8.6.2, alínea (5) e (6). A modelação numérica apresentada no Capítulo 3 expõe detalhadamente todas as condições mencionadas anteriormente.

A secção D.1.2 do anexo D é dedicada a cascas cilíndricas submetidas à compressão meridional (i.e. axial). O comprimento da casca é caracterizado em termos do parâmetro de comprimento adimensional,

$$\omega = \frac{l}{\sqrt{rt}}, \quad (2.37) [ [15], eq. (D. 1)]$$

em que  $l$  é o comprimento do cilindro,  $r$  o raio do cilindro e  $t$  a espessura da casca. A tensão meridional crítica elástica, é obtida por,

$$\sigma_{x,Rcr} = 0,605EC_x \frac{t}{r}. \quad (2.38) [ [15], eq. (D. 2)]$$

A norma EN 1993-1-6 define três cenários distintos: cilindro curto, médio e longo, caracterizadas respetivamente pelas equações (2.39), (2.40) ou (2.41) conforme o valor do parâmetro  $\omega$ . O parâmetro  $C_{xb}$  depende das condições de fronteira, e pode ser obtido pela Tabela 2.4. O valor de  $C_x$  depende diretamente do valor de  $\omega$  e é obtido da seguinte forma,

$$C_x = \begin{cases} 1,36 - \frac{1,83}{\omega} + \frac{2,07}{\omega^2} & ; se \omega \leq 1,7; \\ 1,0 & ; se 1,7 \leq \omega \leq 0,5 \frac{r}{t}; \\ C_{x,N} = Max \left\{ 1 + \frac{0,2}{C_{xb}} \left[ 1 - 2\omega \frac{t}{r} \right]; 0,60 \right\} & ; se \omega > 0,5 \frac{r}{t}. \end{cases} \quad \begin{matrix} (2.39) [ [15], eq. (D. 6,5)] \\ (2.40) [ [15], eq. (D. 4,3)] \\ (2.41) [ [15], eq. (D. 9,10,7)] \end{matrix}$$

**Tabela 2.4:** Parâmetro  $C_{xb}$  em função das condições de apoio, para cilindros longos. Fonte: [ [15], tabela [D.1]].

Caso	Condições de apoio	$C_{xb}$
1	Extremidade 1 - BC1	6
	Extremidade 2 - BC1	
2	Extremidade 1 - BC1	3
	Extremidade 2 - BC2	
3	Extremidade 1 - BC2	1
	Extremidade 2 - BC2	

A secção D.1.2.2, do anexo D fornece parâmetros auxiliares para o cálculo de cascas cilíndricas submetidas à compressão meridional. O fator de redução meridional devido a imperfeições é dado por,

$$\alpha = \frac{0,62}{1 + 1,91 \left( \frac{\eta \Delta w_k}{t} \right)^{1,44}} \quad (2.42) [ [15], eq. (D. 14)]$$

em que,  $\Delta w_k$  é o valor característico da amplitude da imperfeição, e é determinado por,

$$\Delta w_k = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{r}{t}} t [(D. 15)] \quad (2.43) [15], eq. (D. 15)]$$

De forma a estimar a influência das imperfeições geométricas, três classes de qualidade são definidas. O parâmetro de qualidade de fabricação à compressão meridional, Q, deve ser retirado da Tabela 2.5 ([D.2]). Para o caso em estudo é admitido um valor de Q correspondente à descrição “elevada”.

**Tabela 2.5:** Valores das três classes de qualidade definidas. Fonte: [ [15], tabela [D.2]].

Classe de qualidade	Descrição	Q
Classe A	Excelente	40
Classe B	Elevada	25
Classe C	Normal	16

Para os seguintes parâmetros (i) esbelteza meridional limite, (ii) fator relativo ao patamar elástico-plástico, e (iii) coeficiente de interação, a EN 1993-1-6 recomenda respetivamente os seguintes valores,

$$\lambda_{x0} = 0,2; \beta = 0,6; \eta = 1,0. \quad (2.44) [15], eq. (D. 16)]$$

Apesar da EN 1993 não apresentar nenhuma fórmula expedita para o cálculo da secção transversal efetiva de uma secção CHS, é possível com base na EN 1993-1-6 obter um método de cálculo da mesma. A área efetiva resulta então do produto da área bruta pelo fator de redução de encurvadura  $\chi_x$  (equação (2.45)). Este método de cálculo é interessante e útil, uma vez que pode ser comparado com outros procedimentos existentes, tanto na EN 1993 como em outras normas para cálculo da resistência de secções CHS à compressão.

$$N_{x,Rk} = \chi_x A f_{yk} ; A_{eff} = \chi_x A \quad (2.45)$$

O procedimento para obtenção da área efetiva encontra-se exibido, de forma condensada, no fluxograma da Figura B.2, Apêndice B.

### 2.3.2 BS 5950-1

A norma BS 5950 utilizada no Reino Unido até à introdução dos Eurocódigos, é dedicada a estruturas de aço estrutural. A parte 1 da norma BS 5950 é denominada como BS 5950-1, constitui o principal código para o dimensionamento de secções metálicas laminadas e soldadas.

No ponto 3.6.6 deste documento, é fornecida uma fórmula expedita de cálculo da secção efetiva de Classe 4 à compressão, para uma secção CHS. Tendo em conta que o diâmetro total não ultrapasse  $240t\epsilon^2$ , a área efetiva,  $A_{eff}$ , de uma secção tubular circular esbelta de Classe 4 de espessura  $t$ , pode ser determinada por:

$$\frac{A_{eff}}{A} = \left[ \left( \frac{80}{D/t} \right) \left( \frac{275}{f_y} \right) \right]^{0,5}, se \ 90\epsilon^2 < \frac{D}{t} < 240\epsilon^2 \quad (2.46)$$

### 2.3.3 CSM - Continuous Strength Method

Este método (designado em português por método da resistência contínua) tem vindo a ser desenvolvido nos últimos anos na Europa, com o intuito de refletir melhor o comportamento de elementos estruturais de diferentes tipos de materiais metálicos, apresentando um tratamento alternativo ao conceito de classificação de secções transversais. O CSM é baseado numa relação contínua entre a esbelteza da secção transversal e a sua capacidade de deformação. A base de dados deste método é apoiada em ensaios

laboratoriais realizados em colunas de altura reduzida (stub columns, em inglês), sendo estas referenciadas no documento de suporte sobre a metodologia de base do CSM.

O processo de dimensionamento de uma secção CHS requer, (i) a identificação do limite de esbelteza de cedência (que delimita a transição entre as secções esbeltas e não-esbeltas), (ii) a formulação das bases de curvas CSM, esbeltas e não esbeltas, descrevendo a relação entre a esbelteza da secção transversal e a sua capacidade de deformação, (iii) seleção de modelos materiais apropriados; (iv) obtenção das funções de resistência. Enquadrando o CSM para o caso de estudo, o material utilizado é o aço estrutural e as secções transversais são do tipo esbeltas.

### 1º Identificação do limite de esbelteza

A esbelteza local da secção transversal é adimensional e é dada pela equação (2.47), em que  $\sigma_{cr}$  corresponde à formula clássica (equação (2.18)) e  $f_y$  é à tensão de cedência do material,

$$\lambda_c = \sqrt{f_y / \sigma_{cr}}. \quad (2.47)$$

Na Figura 2.18. é possível identificar o limite de esbelteza, correspondente ao ponto onde a carga última iguala a carga de cedência, resultando assim num valor de esbelteza de 0,4 (valor coincidente com a EN 1999-1-1). Contudo, devido ao valor obtido ser superior ao de outras normas e atendendo à dispersão dos resultados, é proposto um valor mais baixo (0,3) para o limite de esbelteza que marca a fronteira entre secções esbeltas e não-esbeltas.

### 2º Capacidade de deformação

A capacidade de deformação é função do rácio de deformação ( $\epsilon_{csm} / \epsilon_y$ ), e é definida como a deformação  $\epsilon_{csm}$  no momento em que ocorre a carga última. O rácio de deformação para uma situação em que  $N_u < N_y$  ou  $\lambda_c > 0,3$  é dado por,

$$\frac{\epsilon_{csm}}{\epsilon_y} = \frac{N_u}{N_y}. \quad (2.48)$$

A curva base da Figura 2.19 define a relação entre a capacidade de deformação e a esbelteza local da secção transversal, para valores de  $0,3 < \lambda_c < 0,6$ , a qual têm a seguinte expressão:

$$\frac{\epsilon_{csm}}{\epsilon_y} = \left( 1 - \frac{0,224}{\lambda_c^{0,342}} \right) \frac{1}{\lambda_c^{0,342}} \text{ se } 0,3 < \lambda_c \leq 0,6. \quad (2.49)$$

### 3º Escolha do material

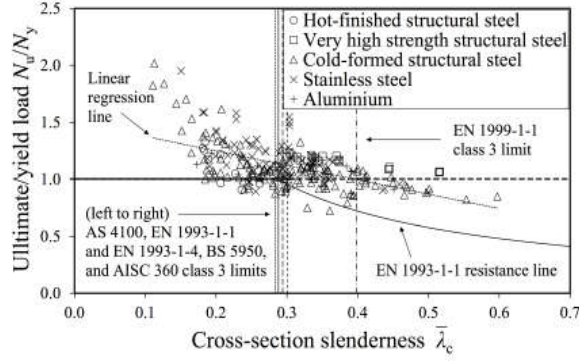
Para secções esbeltas a escolha do material não tem qualquer influência no processo de dimensionamento.

### 4º Resistência à compressão

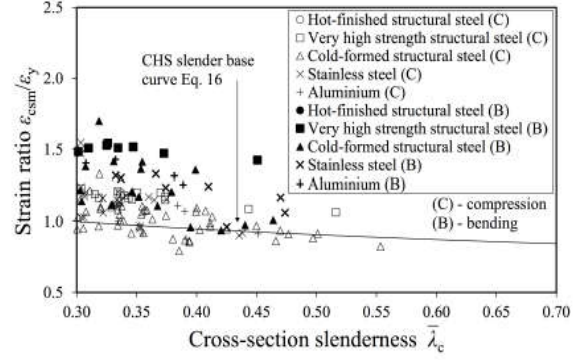
A resistência da secção transversal à compressão pode ser calculada utilizando a capacidade de deformação prevista pela curva base, juntamente com o modelo material adotado. A área efetiva resulta então do produto da área bruta pelo rácio de deformação ( $\epsilon_{csm} / \epsilon_y$ ). Para uma secção esbelta, a resistência à compressão axial pode ser calculada pela seguinte equação,

$$N_{csm} = \frac{\epsilon_{csm}}{\epsilon_y} A f_y \text{ se } 0,3 < \lambda_c < 0,6. \quad (2.50)$$

O procedimento para a obtenção da área efetiva encontra-se exibido, de forma condensada, no fluxograma da Figura B.1, Apêndice B.



**Figura 2.18:** Variação da esbelteza em função da resistência axial última. Fonte: [37]



**Figura 2.19:** Curva base para seções esbeltas. Fonte: [37]

### 2.3.4 prEN 1993-1-1

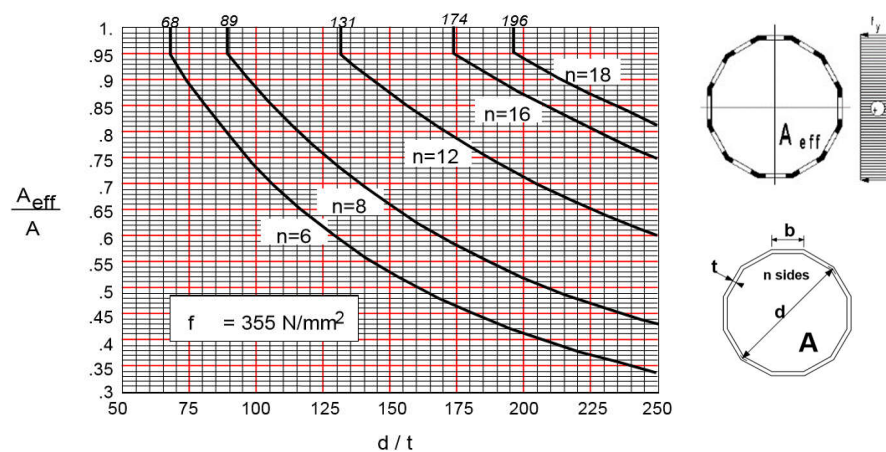
Na segunda proposta de revisão da EN 1993-1-1, elaborada em 2017, foi decidido acrescentar no ponto 6.2.2.5 uma evolução em relação à determinação das propriedades efetivas de seções circulares e elípticas ocas de Classe 4. Assim, para seções de Classe 4 circulares ocas sujeitas à compressão, a seção transversal efetiva pode ser determinada por,

$$A_{eff} = A \sqrt{\frac{90\varepsilon^2}{\frac{d_e}{t}}}, \text{ se } 90\varepsilon^2 < \frac{d_e}{t} < 240\varepsilon^2 \quad (2.51)$$

### 2.3.5 BS EN 50341-1

A norma BS EN 50341-1 apresenta no seu Anexo K um quadro (ver Figura 2.20), que permite obter de forma expedita a área efetiva de uma seção poligonal sujeita a compressão axial, em função do número de faces do polígono e do rácio diâmetro/espessura.

Apesar da seção transversal circular oca representar a seção de estudo desta Dissertação, será estudada a utilidade e conveniência do quadro representado na Figura 2.20 para seções PHS, uma vez que quanto maior o número de faces, mais a seção transversal poligonal se aproxima de uma seção transversal circular. Desta maneira serão comparados os resultados obtidos (pelos diversos métodos de estudo) com a intenção de perceber se áreas efetivas obtidas para seções CHS se aproxima das áreas de seções PHS. Caso contrário, comprova-se a inutilidade deste quadro para seções CHS. Embora o quadro não especifique as condições de apoio para que foi concebido, é aceitável assumir que o quadro é somente aplicado a colunas com apoios BCi-BCj (i,j:1-2), de acordo com a EN 1993-1-6 (ver Tabela 3.4). Desta forma partindo do pressuposto da existência de erros para a situação 2, esta situação não será estudada.



**Figura 2.20:** Área efetiva de seções transversais ocas poligonais de Classe 4, para um material com  $f_y = 355 \text{ MPa}$ .  
 Fonte: [36]



## Capítulo 3 - Modelação numérica

Neste capítulo é apresentado na sua globalidade o processo de determinação da carga de bifurcação e dos modos de instabilidade através de modelação numérica, com recurso ao Método de Elementos Finitos. Primeiramente, é feita uma breve introdução ao conceito de análise linear de encurvadura. Após a definição dos modelos a estudar, são apresentados os passos da metodologia seguida, com os programas SAP2000® e ANSYS®. Por fim são apresentados os resultados obtidos para os dois programas, cuja discussão será efetuada no Capítulo 4.

### 3.1 Análise Linear de Estabilidade (ALE)

O fenômeno de instabilidade bifurcacional de uma casca cilíndrica perfeita encontra-se representado na Figura 3.1, através da trajetória (0BD). Antes da encurvadura ocorrer, trajetória (0B), apenas se observam deformações axiais, contudo, quando repentinamente a encurvadura acontece, o ponto de bifurcação é atingido e consequentemente, a deformação total (determinada a partir das deformações em cada um dos três eixos do referencial cartesiano da casca) aumenta drasticamente, trajetória (BD).

A carga de bifurcação teórica de uma casca cilíndrica perfeita pode ser calculada através de uma análise linear de estabilidade, que implica a solução de um problema de valores próprios, baseado na seguinte equação linear,

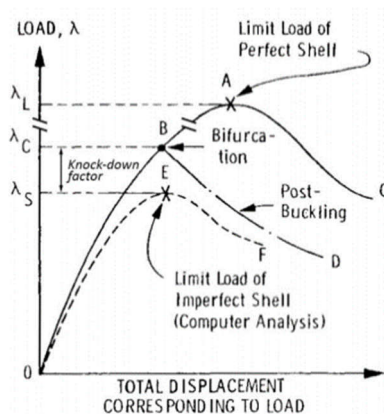
$$[K - \lambda_i G(P)]\{\psi_i\} = 0, \quad (3.1)$$

em que:

- $K$  é a matriz de rigidez linear;
- $G(P)$  é a matriz de rigidez geométrica, associada aos carregamentos aplicados  $P$ ;
- $\lambda_i$  é o valor próprio do modo  $i$ , corresponde ao fator de encurvadura do modo  $i$ ;
- $\psi_i$  é o vetor próprio do modo  $i$ , representação do modo de instabilidade  $i$ .

Ao multiplicar um fator de encurvadura  $\lambda_i$  pelas cargas aplicadas  $P$ , obtém-se a respectiva carga de bifurcação do modo de instabilidade  $i$ . O menor valor próprio corresponde então ao fator de encurvadura responsável pela carga crítica.

Note-se que os resultados obtidos através de uma ALE para cascas, podem ser considerados como não-conservativos (ver Figura 3.1 [40]), visto não serem tradicionalmente incluídos nesta análise os efeitos de imperfeições e não-linearidades. Numa ALE é adotada a hipótese de linearidade do comportamento dos



**Figura 3.1:** Trajetórias de encurvadura para uma casca. Fonte: [40]

materiais, i.e. material elástico linear, mais concretamente uma relação de proporcionalidade linear entre tensões  $\sigma$  e deformações  $\varepsilon$ , baseada na lei de Hooke e dada pela seguinte equação,

$$\sigma = \varepsilon E \quad (3.2)$$

em que  $E$  é o módulo de elasticidade do material.

Apesar das limitações de uma ALE, tendo em conta o cenário no presente estudo, este tipo de análise é adequado, por dois motivos: (i) conforme já visto no subcapítulo 2.3.1, as fórmulas da EN1993-1-6 são obtidas com recurso a uma ALE, e (ii) nos métodos de cálculo da área efetiva, estudados no subcapítulo 2.3 e posteriormente utilizados no capítulo 4, são incorporados os efeitos de imperfeições e não-linearidades.

O processo de obtenção da carga crítica elástica de uma estrutura em casca, através de um programa de elementos finitos capaz de realizar uma análise linear de estabilidade, é relativamente simples, em comparação a uma análise não-linear. Para tal, deve ser assegurado, de acordo com a alínea (6) do ponto 8.6.2 da EN1993-1-6 que, (i) o programa é capaz de detetar o menor valor próprio, principalmente quando existem vários valores próprios em que a diferença de valor entre eles é mínima, e (ii) o modelo numérico da estrutura permite representar satisfatoriamente o modo de encurvadura.

## 3.2 Método dos Elementos Finitos (MEF)

O Método dos Elementos Finitos é um método eficaz na resolução de problemas de engenharia [19], e consequentemente, o número de programas de cálculo automático que empregam este método, de acordo os requisitos da EN 1993-1-6, é amplo [22].

O conceito básico do MEF consiste na discretização de uma estrutura num número finito de elementos, conectados por um número finito de pontos, denominados de nós, sendo que ao conjunto de nós e elementos dá-se o nome de malha. Embora se reconheça a importância do MEF, refira-se que está completamente fora do âmbito desta Dissertação efetuar uma apresentação detalhada do Método dos Elementos Finitos quando aplicado a uma ALE, pretendendo-se apenas, mostrar o procedimento que conduziu à obtenção da carga crítica, através de programas numéricos. Para um estudo mais aprofundado recomenda-se a leitura de [41, 42].

Para este efeito, utilizaram-se os seguintes programas, SAP2000® (versão 19.0) e ANSYS® (versão 16.0), tendo como objetivo perceber o tipo de potencialidades e vantagens que cada programa oferece na resolução de uma análise linear de estabilidade para uma casca cilíndrica submetida a um carregamento meridional e considerando variadas condições de apoio. Desta maneira, serão feitas duas comparações, (i) SAP2000® vs. ANSYS®, para elementos de casca, e (ii) elementos de casca vs. elementos sólidos-casca, para o software ANSYS®. É notar que o SAP2000® não dispõe de elementos sólidos-casca na sua biblioteca, ao contrário do ANSYS®, pelo que naturalmente não é possível comparar este tipo de elementos.

## 3.3 Modelos de estudo

Na 2.<sup>a</sup> coluna da Tabela 3.1 são apresentados os 7 modelos analisados. Cada modelo apresenta uma configuração geométrica distinta. A escolha da sua geometria é baseada na Figura 3.2, com o objetivo de obter uma ampla variedade de modelos, a partir de um “modelo original”, fazendo variar o diâmetro, a altura e a espessura para cada modelo. Optou-se por fazer corresponder o modelo “central” a uma situação real, o 1.º troço (base) da torre Reitoria (monopolo exemplificado no Capítulo 1), sendo assim possível recriar as situações mais comuns de troços presentes em monopolos de Classe 4 (EN1993-1-1). Note-se que todos

os modelos apresentam, de acordo com o EN1993-1-6, um cenário de comprimento longo, em função do parâmetro  $w$  obtido (equação (2.37) do subcapítulo 2.3).

**Tabela 3.1:** Parâmetros geométricos adotados para os modelos de estudo desenvolvidos.

Dimensão fixa	Modelo	$L$ [m]	$D$ [m]	$t$ [mm]	$D/t$	$L/D$	$w$
-	Modelo original	6	1,22	9,5	128,4	3,3	78,8
$r$	Modelo 1	4	1,22	5,5	221,8	3,7	69,1
	Modelo 2	10	1,22	13,5	90,4	4,9	110,2
$t$	Modelo 3	4	0,82	9,5	86,3	4,9	64,1
	Modelo 4	10	1,62	9,5	170,5	6,2	114,0
$L$	Modelo 5	6	0,88	5,5	160,0	6,8	122,0
	Modelo 6	6	1,62	13,5	120,0	8,2	57,4

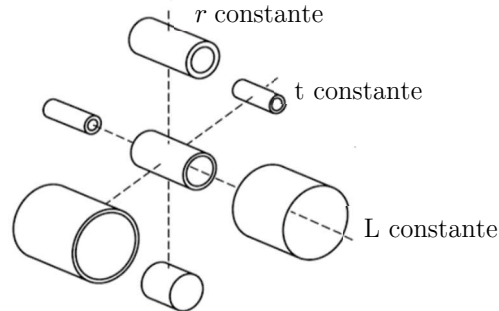
### 3.4 Modelação numérica

O processo de obtenção das cargas críticas e dos respetivos modos de instabilidade dos modelos é distinto para cada programa, em virtude do programa SAP2000® realizar juntamente os passos 5 e 6 a seguir indicados, enquanto o programa ANSYS® adota uma filosofia indireta, considerando os passos 5 e 6 como independentes. O procedimento de resolução de uma ALE pelo MEF é o seguinte:

1. Geometria do modelo. A geometria dos modelos gerados (de geometria perfeita) é definida estritamente pela seguinte expressão matemática,

$$\begin{cases} R_{int} \leq x^2 + y^2 \leq R_{ext} ; \\ 0 < z < h \end{cases} \quad (3.3)$$

2. Seleção das propriedades do material (módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson). Em todos os modelos desenvolvidos os valores do módulo de elasticidade e do coeficiente de Poisson do material dos monopolos (aço laminado a quente) são tomados iguais a respetivamente,  $E = 210$  GPa e  $\nu = 0,3$ . Estes são os únicos parâmetros de caracterização do material necessários para uma ALE, uma vez que o material é considerado como linear e isotrópico (i.e. material que apresenta um comportamento uniforme em todas as direções, não variando as suas propriedades físicas ou mecânicas);
3. Discretização do modelo numa malha com elementos finitos apropriados (passo aprofundado com maior detalhe no subcapítulo 3.4.1.);



**Figura 3.2:** Configuração geométrica de cascas cilíndricas, para diferentes valores de raio ( $r$ ), espessura ( $t$ ), e comprimento ( $L$ ). Fonte: adaptado de [2]

4. Aplicação das condições de fronteira (passo aprofundado com maior detalhe no subcapítulo 3.4.2.);
5. Estado de equilíbrio de pré-encurvadura da estrutura calculado através de uma análise estática elástica de primeira ordem, baseada na hipótese dos pequenos deslocamentos;
6. Resolução do problema de valores próprios, dado pela equação (3.1), através do método de Lanczos [43, 44].

Para cada modelo foi admitido um limite de 12 modos de instabilidade, um número considerado como satisfatório para o estudo em causa, e aconselhado pelo ECCS como seguro, no ponto 8.2.2.2(6).

Por último há que proceder ao tratamento dos resultados. Assim:

- O valor da carga crítica a determinar é dado pela multiplicação do fator de encurvadura do primeiro modo  $\lambda_{cr}$  (menor valor próprio da equação (3.1)), pelo valor da força de compressão axial introduzida inicialmente (nos casos em análise considerada sempre como unitária,  $P = 1\text{ N}$ ). Para o programa SAP2000®, há ainda que multiplicar  $\lambda_{cr}$  pelo número de nós em que a carga  $P$  é aplicada,  $n$ ,
 
$$P_{cr} = P \times \lambda_{cr} \times n \text{ [kN]}; \quad (3.4)$$
- Os modos de instabilidade e os correspondentes deslocamentos de cada modelo considerado. Estes resultados serão simplesmente utilizados para perceber o modo de deformação dos modelos e para o estudo de convergência, isto porque os valores obtidos não apresentam significado em termos quantitativos.

### 3.4.1 Discretização dos modelos desenvolvidos

A precisão dos resultados numéricos depende crucialmente da qualidade dos elementos a empregar. Apesar de não existirem regras diretas estipuladas que possam ser aplicadas de forma a decidir a forma geométrica e o tipo de elementos que devem ser utilizados, uma vez que cada caso é um caso, existem alguns princípios básicos e conhecimentos derivados de estudos prévios que podem ser bastantes úteis a fim de evitar erros no processo de modelação.

Existem três abordagens diferentes para resolver um problema que envolva uma estrutura de parede fina pelo Método dos Elementos Finitos: por elementos (i) de casca, (ii) sólidos-casca e, (iii) sólidos (ver Figura 3.3). Após um estudo comparativo destas três abordagens, o documento [45] sintetiza que os modelos mais eficientes para resolver um problema deste tipo são, regra geral:

- Modelo de elementos de casca, discretizado exclusivamente através de elementos quadrangulares;
- Modelo de elementos sólidos-casca, discretizado por uma malha sweep [43].

Pelo contrário os elementos sólidos, são mencionados como os mais dispendiosos atendendo ao tempo de resolução. O documento [46] reforça a eficiência dos métodos referenciados anteriormente, uma vez que, para uma estrutura em casca cilíndrica de parede fina, com uma relação  $d/t = 500$ , bi-encastada e submetida a pressão externa uniforme o uso de elementos sólidos induziu erros consideráveis no valor da carga crítica e do respetivo modo de instabilidade.

**Tabela 3.2:** Programa, tipo de elemento, graus de liberdade dos elementos e malha adotada.

Programa	Tipo de Elementos		Graus de Liberdade	Malha
SAP2000®	Elementos de casca	Shell – Formulação Thick-Plate* – 4 nós [44]	6 por nó	Uniforme composta por elementos quadrangulares
ANSYS®	Elementos de casca	SHELL181 – 4 nós [43]	6 por nó	Uniforme composta por elementos quadrangulares
	Elementos sólidos-casca	SOLSH190 – 8 nós [43]	3 por nó	Uniforme composta (unicamente) por elementos hexaédricos**

\* Apesar das deformações transversais de corte serem desprezáveis para o problema em questão, optou-se por uma formulação Thick-Plate, como é sugerido no manual do SAP2000® [44].

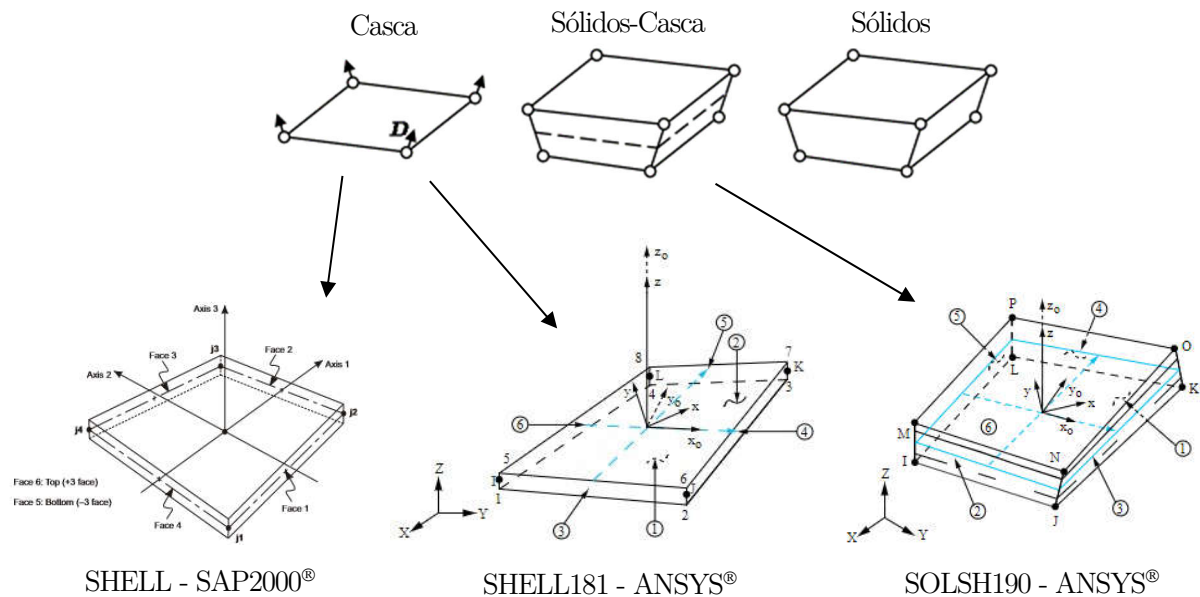
\*\* O uso de uma malha sweep é aconselhada num modelo de elementos sólido-casca, contudo o seu uso para o caso em estudo resultaria numa malha não-uniforme, afastando-se do resultado pretendido, i.e. malha composta por elementos com um rácio entre comprimento e largura o mais próximo da unidade (ver Figura 3.4).

O refinamento da malha foi conseguido aumentando o número de elementos de discretização. A fim de realizar um estudo de convergência, foram admitidos 4 casos distintos de malhas. O processo de discretização para cada programa foi diferente. No programa SAP2000® pré-definiu-se o número de elementos longitudinais e transversais, enquanto para o programa ANSYS® pré-definiu-se somente o valor máximo para a dimensão dos elementos, como é indicado na Tabela 3.3. Dado que o elemento SOLSH190 (ANSYS®) permite a divisão da sua espessura em múltiplas fatias, também foi explorado este cenário para a Malha 3, considerando-se até três fatias.

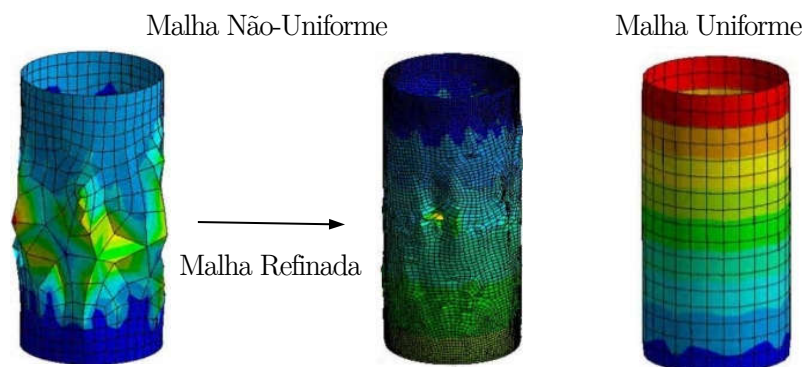
A percentagem de erro para cada malha é calculada em relação aos resultados analíticos indicados na EN 1993-1-6. O estudo de convergência só foi efetuado para o modelo original (ver Tabela 3.1), para as situações 1, 2 e 4 (ver Tabela 3.4).

**Tabela 3.3:** Abordagem e número de elementos para cada malha adotada nos modelos desenvolvidos.

Programa		Malha 1	Malha 2	Malha 3	Malha 4
SAP2000®	Nº de divisões Long./Trans.	19/32	38/64	76/128	152/256
	Nº de Elementos	608	2432	9728	38912
ANSYS®	Dimensão máxima (m)	0,20	0,10	0,05	0,025
	Nº de Elementos	600	2400	9600	37440



**Figura 3.3:** Elementos adotados das bibliotecas do SAP2000® e do ANSYS®. Fonte: adaptado de [44, 43, 46]



**Figura 3.4:** Incorreta localização dos nós devida a uma malha de fraca qualidade (i.e. malha de não-uniforme), resulta numa solução instável, mesmo quando a malha refinada, ao contrário de uma malha uniforme. Fonte: adaptado de [45]

### 3.4.2 Condições de apoio e carregamento

A correta definição das condições de apoio de estruturas compostas por elementos de casca constitui um desafio numérico relevante, já que as extremidades das estruturas nunca são perfeitamente livres ou fixas (encastramento), estes cenários que apenas devem ser adotados caso resultem em dimensionamentos conservativos ou quando não sejam importantes para o dimensionamento [14].

Conforme já visto anteriormente, apesar de os monopolos, no seu todo, apresentarem condições de apoio de uma consola, a ligação entre troços é em geral classificada como semi-rígida (i.e. troços ligados entre si por intermédio de flanges aparafusadas ou por atrito na zona de sobreposição de dois troços ao longo de um dado comprimento, embora conservativamente também se possa classificar como uma extremidade livre. Assim, de forma a estudar os troços de um monopolo individualmente, foram consideradas três situações distintas de condições de apoio. Porém, foi admitida ainda mais um cenário de estudo, situação 4 (ver Tabela 3.4), cujos os

objetivos serão explicados com maior detalhe posteriormente. As condições de apoio dos modelos foram designadas de acordo com a nomenclatura da EN1993-1-6, apresentada na Tabela 3.5.

**Tabela 3.4:** Situações de estudo desenvolvidas.

Situação	Troço	Condições de Apoio – (Extremidade Inferior – Extremidade Superior)	Nomenclatura de acordo com a EN1993-1-6	Modo de obtenção da carga crítica
1	Base	Encastrada – Semi-rígida (ver Figura 3.5(a))	BC1-BC2	Analiticamente
2	Base/topo	Encastrada – Livre (ver Figura 3.5(b))	BC1-BC3	Analiticamente
3	Intermédio	Semi-rígida – Semi-rígida (ver Figura 3.5(c))	BC2-BC2	EN1993-1-6
4	-	Encastrada – Encastrada (ver Figura 3.5(d))	BC1-BC1	Analiticamente

Notas em relação à Tabela 3.4:

- Para a situação 3 não foi possível obter a carga crítica através dos programas numéricos, uma vez que a aplicação das correspondentes condições de apoio nos programas conduz a resultados desajustados, quando comparados com os resultados obtidos pela EN1993-1-6. Esta impossibilidade de modelação acontece porque é necessário, no mínimo garantir as necessárias condições de equilíbrio global, o que implica no caso em apreço modelar dois troços (no mínimo), de maneira a replicar as condições de fronteira BC2-BC2 no troço superior (ver Figura 3.5(c)). Num programa de modelação numérica constata-se assim a impossibilidade em modelar as condições de apoio BC2 na extremidade inferior de um troço isolado de casca cilíndrica de uma forma competente. Contudo, esta situação faz parte do presente estudo, porque os valores de carga crítica de uma casca cilíndrica para a condição BC2-BC2 são possíveis de serem calculados por intermédio da EN 1993-1-6. Desta maneira, os resultados obtidos pelos programas numéricos referem-se apenas às situações 1, 2 e 4 (ver Tabela 3.4);
- Para BC1 o deslocamento axial não deve ser impedido na extremidade superior, de forma a que a carga axial de compressão aplicada possibilite a estrutura de desenvolver fenómenos de instabilidade;
- Na extremidade inferior, nos casos de BC1, é assumido que a casca é encastrada (i.e. as três translações e as três rotações impedidas) por via da aplicação destas condições de fronteira nos nós ao longo do perímetro inferior da casca. Na extremidade superior (extremidade em que o carregamento meridional é aplicado) foram adotadas duas tipologias distintas, em relação ao tipo de carregamento com direção segundo  $z$  (item clarificado posteriormente);
- As nomenclaturas BC1, BC2 e BC3 encontram-se definidas na Tabela 3.5.

**Tabela 3.5:** Condições de apoio para cascas de acordo com a EN1993-1-6 (ver também Figura 3.5). Fonte: [15]

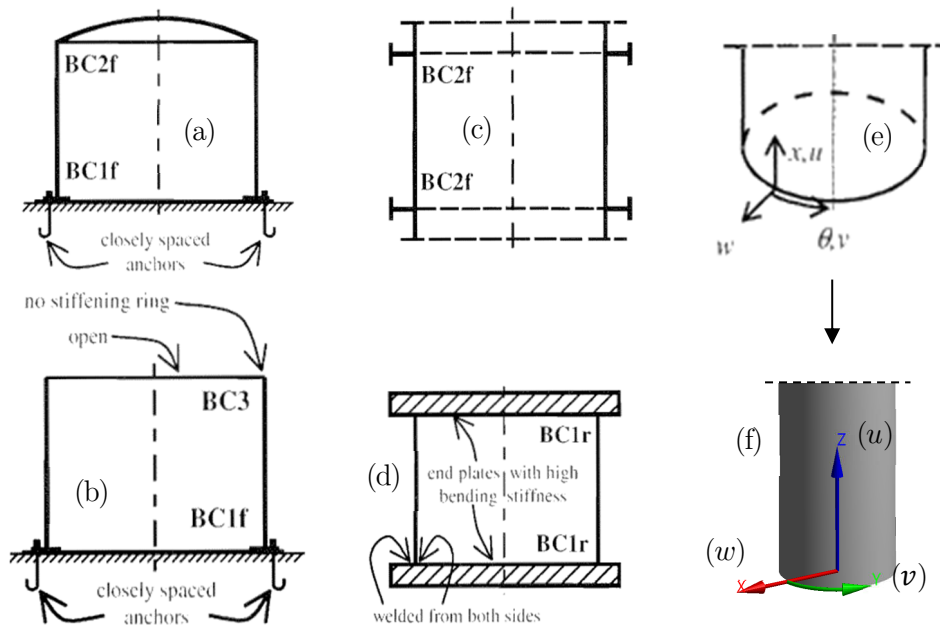
Código condições de apoio	Termo simplificado	Deslocamentos normais	Deslocamentos axiais	Rotação meridional
BC1r	Encastrado	$\omega = 0$ Restrição radial	$u = 0$ Restrição axial	$\beta\theta = 0$ Restrição rotacional
BC1f	-	$\omega = 0$ Restrição radial	$u = 0$ Restrição axial	$\beta\theta \neq 0$ Restrição rotacional livre
Bc2r	-	$\omega = 0$ Restrição radial	$u \neq 0$ Restrição axial livre	$\beta\theta = 0$ Restrição rotacional
Bc2f	Simplesmente apoiado	$\omega = 0$ Restrição radial	$u \neq 0$ Restrição axial livre	$\beta\theta \neq 0$ Restrição rotacional livre
BC3	Bordo livre	$\omega \neq 0$ Restrição radial livre	$u \neq 0$ Restrição axial livre	$\beta\theta \neq 0$ Restrição rotacional livre

Notas em relação à Tabela 3.5:

- Na alínea b) do ponto 4.4.(1), do documento do ECCS [14], é mencionado que uma vez que o deslocamento tangencial  $v$ , é consideravelmente dependente do deslocamento normal  $w$ , a EN1993-1-6 considera desnecessário considerar a sua presença separadamente do deslocamento  $w$ . Porém, esta consideração pode originar dificuldades de interpretação na modelação numérica de situações intermédias, nomeadamente, para situações em que o deslocamento tangencial se encontra restringido e o deslocamento normal é livre ou vice-versa, devido à inexistência de uma nomenclatura para estas condições de apoio, mencionadas anteriormente, na EN1993-1-6. Esta situação será esclarecida com maior detalhe posteriormente;
- Os caracteres  $r$ , para fixo, e  $f$ , para livre, apresentados nos códigos das condições de fronteira, expressam a condição da rotação meridional ser fixa ou não, respetivamente. É de referir que a Tabela 3.5 somente clarifica a rotação para o eixo axial, não especificando as rotações para os outros eixos, nomeadamente para os eixos  $v$  e  $w$ . Desta forma, caso haja restrição da rotação meridional, as restantes rotações também serão bloqueadas;
- Na alínea c) do ponto 4.4.(1), do documento do ECCS, é enunciado que a condição de rotação meridional (coluna 5 da Tabela 3.5) é de mínima influência na estabilidade de cascas, exceto em cascas de altura bastante reduzida (de comprimento muito curto) em que deve ser incluída. Contudo, apesar das cascas cilíndricas em estudo não serem de altura reduzida, a sua influência será tida em conta.

A colocação do carregamento na secção transversal na extremidade superior deve ser cuidadosa e rigorosa, com o objetivo de obter as cargas críticas correspondentes às estruturas





**Figura 3.5:** Esquemas de condições de fronteira abordadas e coordenadas mencionadas na Tabela 3.5. Fonte: adaptado de [15]

representadas na Figura 3.5, através dos programas numéricos. Após um estudo extensivo de modelação das condições de fronteira para um carregamento meridional, apurou-se que para:

- BC1/BC2: Deve-se garantir que o valor do deslocamento axial é diferente em todos os nós, e a deformação normal e tangencial é nula (ver Figura 3.5(a)). A extremidade superior (BC2) deve apresentar a rotação  $r_z$  impedida, porque a sua libertação resulta numa situação BC1. Desta maneira, os 3 graus de rotação devem ser todos impedidos, i.e. correspondente a um caso BC2r;
- BC1/BC3: Libertação dos seis graus de liberdade na extremidade superior (ver Figura 3.5(b));
- BC1/BC1: A imposição de que todos os nós se movem conjuntamente como um corpo rígido tridimensional (envolvência dos seis graus de liberdade), assemelha-se ao cenário de colocação de uma placa com rigidez infinita posicionada junto à secção da extremidade superior (como se de um ensaio laboratorial se tratasse, ver Figura 3.5(d)). Desta forma, é conseguido o impedimento total da deformação da secção no seu plano, uma vez que o deslocamento axial é o mesmo em todos os nós, e consequentemente conduz a um valor de carga crítica superior comparativamente à situação onde o deslocamento axial de cada nó é independente, podendo o nó mover-se livremente (situação 1, ver Tabela 3.6).

Os modos de imposição das condições de fronteira anteriormente mencionadas são múltiplos (ver Tabela 3.6).

Em relação ao tipo de carregamento, foram adotadas duas tipologias distintas, carregamento pontual e meridional com três configurações diferentes:

- Carregamento “Pontual”: colocação de um nó suplementar no centro geométrico da secção extrema superior do modelo, conectado a todos os restantes nós existentes no mesmo plano, impondo que os nós se movam conjuntamente como um corpo rígido tridimensional. A carga axial de compressão é aplicada unicamente no “nó” central da secção extrema. Este tipo de carregamento é somente considerado para a situação 4;

- Carregamento Meridional: três modos diferentes de modelação, (i) Meridional 1 - carregamento diretamente aplicado a todos os nós existentes na extremidade superior do modelo, conjuntamente, no caso de BC2f, com a aplicação das condições de apoio de acordo com a Tabela 3.5, (ii) Meridional 2 - carregamento aplicado diretamente a todos os nós existentes na extremidade superior do modelo, sendo que todos os nós presentes no plano da extremidade superior estão conectados entre si, comportando-se como um corpo rígido. No caso de BC1 todos os graus de liberdade são conectados, no entanto para BC2 a translação em  $z$  é libertada, de maneira a que todos os nós sejam independentes de se moverem segundo  $z$ , e iii) Meridional 3 - carregamento diretamente na secção extrema do modelo, somente possível no programa ANSYS®, através do comando *Remote force*, conjuntamente, no caso de BC2f, com a aplicação das condições de apoio de acordo com a Tabela 3.5.

No presente estudo serão somente apresentados os resultados para os carregamentos apresentados com asterisco na Tabela 3.6 (e.g. Meridional 1\*), pela simples razão serem os mais expeditos no processo de modelação.

**Tabela 3.6:** Condições de carregamento para cada tipo de modelo.

Tipo de Modelos		SAP2000	ANSYS
		Carregamento	Carregamento
BC1-BC2	Situação 1-1	Meridional 1	Meridional 1
	Situação 1-2	Meridional 2*	Meridional 2
	Situação 1-3	-	Meridional 3*
BC1-BC3	Situação 2-1	Meridional 1*	Meridional 1
	Situação 2-2	-	Meridional 3*
BC1-BC1	Situação 4-1	“Pontual”*	“Pontual”*
	Situação 4-2	Meridional 2	Meridional 2

A situação 4 foi contemplada pelo motivo de obtenção de mais um valor de referência a par das situações 1 e 3 (ver Tabela 3.4), isto porque, conforme já visto no Capítulo 2, na EN 1993-1-6 as equações que originam as tensões críticas (estando implícito o deslocamento tangencial  $v = 0$ , e deslocamento normal  $w = 0$ , em todas as equações), são calculadas para situações em que as condições de apoio das extremidades restringem certos graus de liberdade. Tendo em conta as considerações anteriores, na EN 1993-1-6 não são desenvolvidas equações adequadas para tipologias de condição de apoio diferentes (e.g. BC3, situação 2), isto porque a EN1993-1-6 considera que (i) as restantes situações existentes como pouco comuns na prática e, (ii) que o suporte experimental para estas condições como insuficiente e desadequado. Contudo no documento do ECCS é referido que o valor da carga crítica meridional é aproximadamente 50% inferior, se uma extremidade da casca cilíndrica for livre de se mover radialmente ( $v \neq 0$ ) ou tangencialmente ( $w \neq 0$ ).

Um exemplo do deficiente suporte da situação referenciada anteriormente é o estudo experimental realizado por Donnell [47] para cascas cilíndricas comprimidas axialmente, no qual, em todas as experiências apresentadas, as extremidades dos cilindros foram encastradas ou apoiadas, uma vez que, para cilindros com extremidades livres, a encurvadura podia ocorrer junto à extremidade livre para cargas menores do que aquelas que se obteriam nos restantes cenários onde se regista a instabilização na zona central do cilindro. Visto que se tem considerado o

comportamento de um cilindro com extremidade livre irrelevantes para a maioria das aplicações práticas, estas condições não são consideradas experimentalmente. A somar a esta situação, a fricção presente nas extremidades dos modelos em ensaios experimentais é suficiente para prevenir a ocorrência dos modos de encurvadura associados a cilindros com uma extremidade livre [48].

Porém, no documento do ECCS não é feita qualquer referência que justifique a redução de 50% proposta. Com o intuito de perceber a veracidade do valor de 50%, para cilindros de comprimento longo, elaboraram-se dois modelos (com a geometria do modelo original): o primeiro com a extremidade superior da casca cilíndrica livre de se mover radialmente ( $w \neq 0$ ) e impedido de se mover tangencialmente ( $v = 0$ ) e o segundo com as libertações dos deslocamentos opostas ao primeiro ( $w = 0, v \neq 0$ ). A translação axial e todas as rotações são libertadas na extremidade superior da casca. Os resultados podem ser observados na Figura 3.6 e na Tabela 3.7, resultados este, obtidos por intermédio do ANSYS®, com elementos de casca (elemento utilizado em concordância com os resultados obtidos no subcapítulo 3.5).

**Tabela 3.7:** Percentagem de erro obtida para os modelos  $w$  e  $v$ .

50% - Carga Clássica (equação 2.18)	Carga Crítica [kN] (% de erro relativa a 50% da carga clássica)	
	Modelo $w$ ( $w \neq 0$ )	Modelo $v$ ( $v \neq 0$ )
35741	36001 (0,73%)	37798 (5,75%)

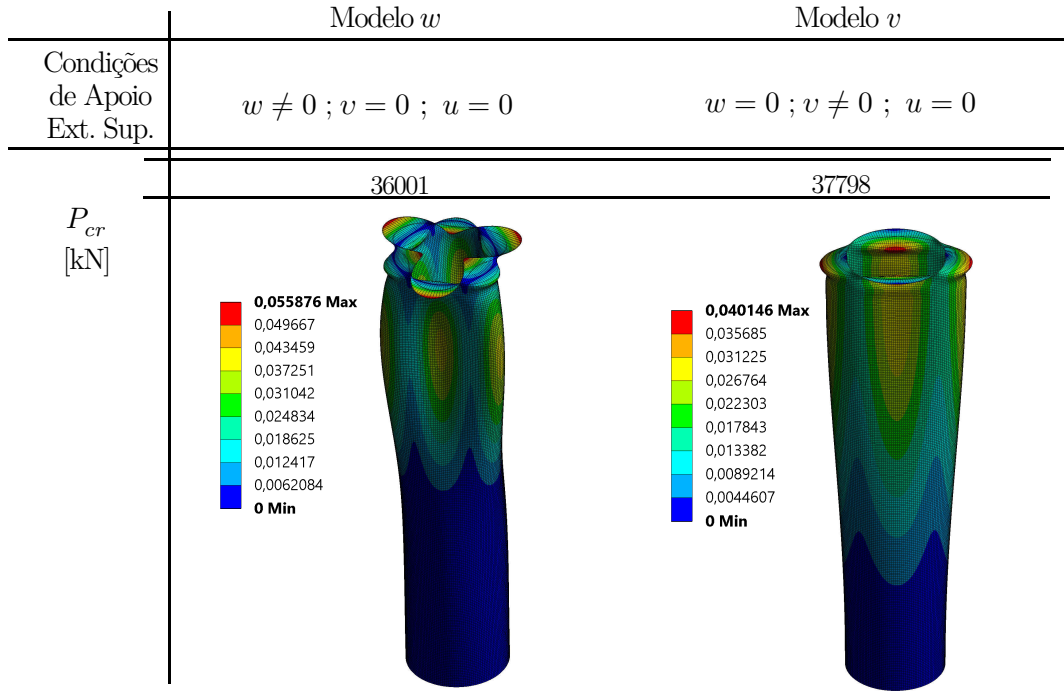
O valor obtido na Tabela 3.7, para os dois modelos, vai de encontro ao valor obtido por Almroth, em 1962, Figura 3.7(a), e ao valor do documento do ECCS. Os resultados obtidos por Almroth para as situações ilustradas nas Figuras 3.7(b) e 3.7(c) (caso S3 e S4 respetivamente em [49]), em que  $v \neq 0$  e  $M_x = 0$ , diferenciaram-se consideravelmente dos resultados obtidos para as outras seis situações de condições de apoio estudadas, situações estas, em que a carga crítica meridional é de valor próximo do valor da correspondente fórmula clássica.

Os resultados obtidos tanto pela referência anterior [49] como pelos modelos, possibilitam concluir que a redução de 50% na carga crítica está associada à carga crítica obtida pela fórmula clássica, equação (2.18), para cascas cilíndricas carregadas meridionalmente, para as condições de apoio especificadas (i.e Modelo  $w$  e  $v$ ). O fator de 50% será então objeto de estudo, com o propósito de compreender se é apropriado ou não para uma situação de extremidade totalmente livre.

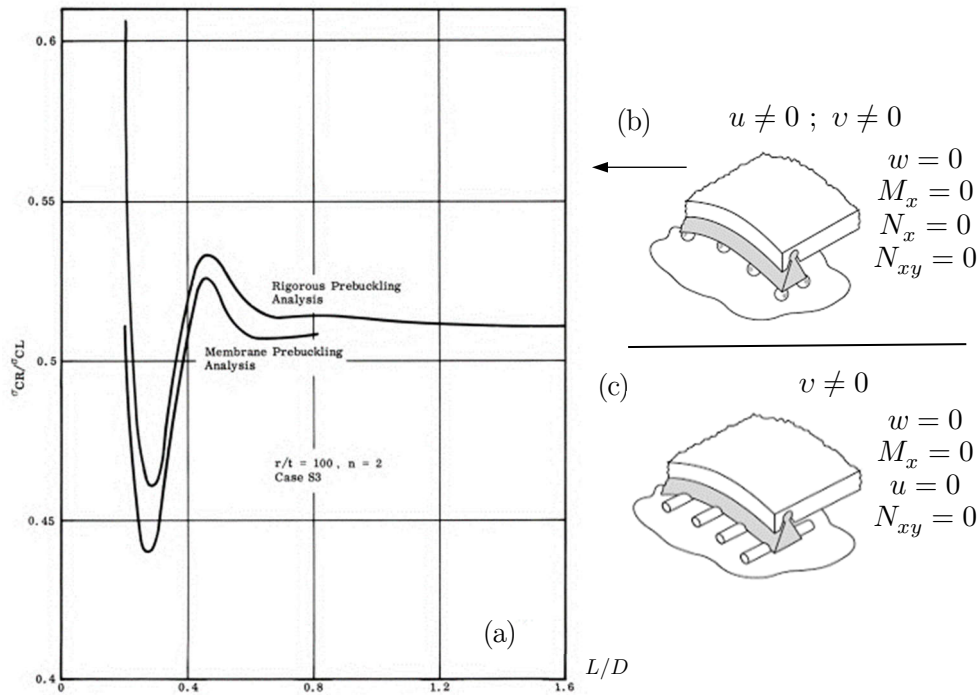
### 3.5 Comparação entre o SAP2000® e ANSYS®

Neste subcapítulo são discutidos os resultados obtidos para o modelo original, de maneira a estudar comparativamente como pretendido (i) os programas SAP2000® vs. ANSYS®, com elementos de casca, e (ii) elementos de casca vs. elementos sólidos-casca, para o ANSYS®.

Para os diferentes procedimentos obtiveram-se resultados fidedignos, sendo praticamente nula a influência do programa, e do tipo de elementos usados no valor da carga crítica para as três situações de condições de apoio estudadas (ver Figuras 3.8 e 3.9 e Figura C.1 (Apêndice C)).



**Figura 3.7:** Carga crítica e modo de instabilidade crítico dos modelos  $w$  e  $v$ .



**Figura 3.6:** Valor aproximado de 50% obtido por Almroth para a situação da Figura 3.7(b), em comparação com a carga obtida pela fórmula clássica  $\sigma_{CL}$ . Fonte: adaptado de [49, 2]

A exceção aconteceu para a situação 4, visto que o valor da carga crítica obtida com o programa SAP2000® é ligeiramente superior aos valores obtidos através do ANSYS® e o correspondente modo de instabilidade apresenta incorreções. A razão para esta última situação, protagonizada pelo SAP2000®, deve-se ao elevado limite de convergência que teve de ser adotado no programa para permitir que a ALE decorresse.

Em qualquer uma das três abordagens, a convergência em termos de deslocamentos é relativamente rápida, dado que o campo de deslocamentos converge logo na malha 1, enquanto

a convergência de tensões de bifurcação é muito mais lenta. Para que haja convergência do campo de tensões tiveram que ser geradas as malhas 3 e 4. Isto deve-se a que a convergência para a função que aproxima os deslocamentos é mais “rápida” do que a convergência para a sua derivada, função das tensões, pelo que mais pontos serão necessários para a sua convergência. A Figura C.2 (Apêndice C) foca esta situação, exibindo a convergência das tensões e dos deslocamentos à medida que a malha é refinada (mais concretamente da malha 1 até à malha 4) com elementos de casca e modelada pelo programa ANSYS®. A divisão da espessura em múltiplas fatias para a Malha 3 através dos elementos SOLSH190 (ANSYS®) não se traduziu em qualquer tipo de alteração “visível”, muito possivelmente porque o refinamento da malha já era suficiente (9317 elementos).

**Apreciação final:** No capítulo 4 irão utilizar-se os resultados obtidos pelo programa ANSYS® com elementos de casca, apesar de que, caso os elementos sólidos-casca tivessem sido os escolhidos, estes apresentariam o mesmo nível de eficiência. A escolha do programa recaiu sobre o ANSYS®, pelo motivo mencionado anteriormente relativamente à situação 4 para o programa SAP2000® (ligeiro desvio no cálculo da carga crítica). O tempo de resolução que os programas apresentaram é semelhante. Em termos de facilidade de utilização dos programas o ANSYS®, em comparação com o SAP2000®, apresenta uma metodologia de modelação mais expedita e esclarecida, nomeadamente no que respeita à discretização da malha, aplicação das condições de fronteira (como é exemplo o comando *Remote force*) e das coordenadas polares nos apoios superiores.

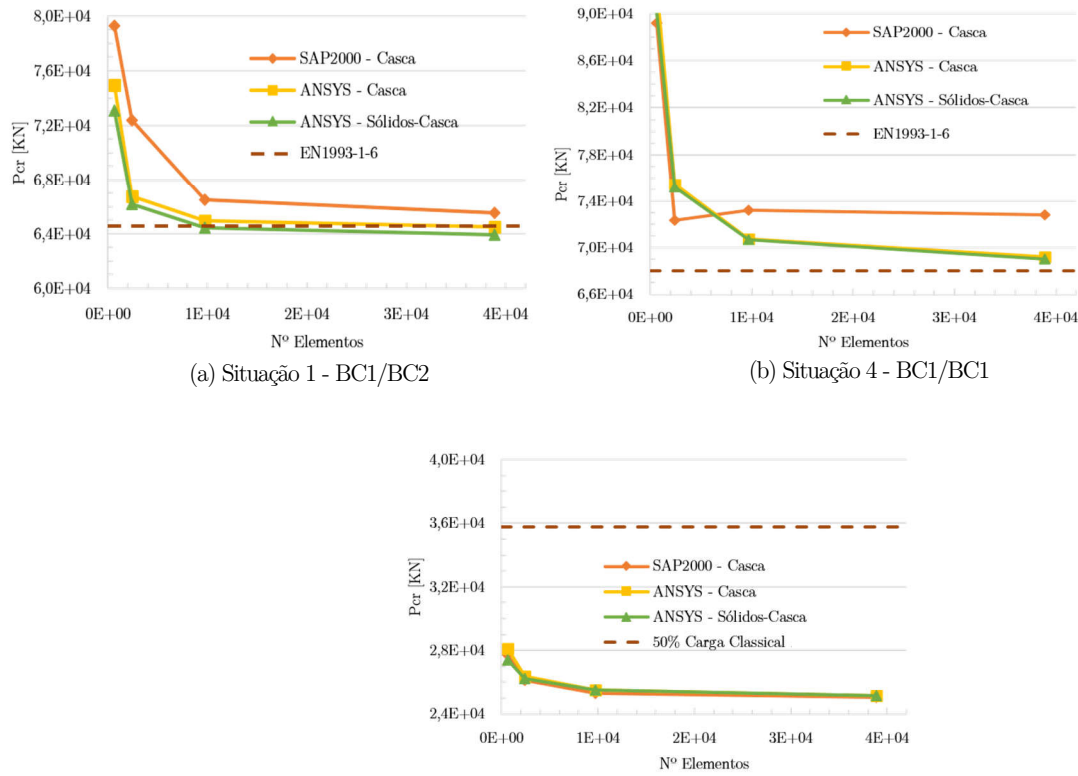
**Tabela 3.8.** Convergência da carga crítica para os elementos de casca dos programas SAP2000® e ANSYS®, e sólidos-casca do programa ANSYS®.

Programa	Tipo de malha	Nº elementos	Carga Crítica [kN]		
			Situação 1 (% de erro - EN 1993-1-6)	Situação 2 (% de erro - 50% $\sigma_{CL}$ (equação 2.18))	Situação 4 (% de erro - EN 1993-1-6)
SAP2000® Casca	Malha 1	608	79242 (22,76%)	27722 (22,44%)	89178 (31,11%)
	Malha 2	2432	72363 (12,10%)	26140 (26,86%)	72309 (6,31%)
	Malha 3	9729	66514 (3,04%)	25320 (29,16%)	73183 (7,60%)
	Malha 4	38912	65549 (1,55%)	25066 (29,87%)	72789 (7,02%)
ANSYS® Casca	Malha 1	600	74921 (16,07%)	28083 (21,43%)	92408 (35,86%)
	Malha 2	2400	66784 (3,46%)	26385 (26,18%)	75474 (10,96%)
	Malha 3	9600	64943 (0,61%)	25516 (28,61%)	70738 (4,00%)
	Malha 4	37440	64502 (0,07%)	25150 (29,63%)	69202 (1,74%)
ANSYS® Sólidos-Casca	Malha 1	640	73064 (13,19%)	27401 (23,34%)	90104 (32,47%)
	Malha 2	2418	66197 (2,55%)	26238 (26,59%)	75222 (10,59%)
	Malha 3	9317	64436 (0,18%)	25497 (28,66%)	70695 (3,94%)
	Malha 4	37268	63947 (0,93%)	25157 (29,61%)	69008 (1,46%)

### 3.6 Análise de resultados

Na Tabela 3.9 são apresentados os resultados para os sete modelos estudados, com as respetivas percentagens de erro. Pode concluir-se que:

- Para as situações 1 e 4, os resultados numéricos obtidos para a malha 4 vão de encontro aos valores analíticos da EN 1993-1-6. O valor da carga crítica de casca cilíndrica com



**Figura 3.8:** Convergência da carga crítica para os elementos de casca do programa SAP2000® e ANSYS®, e sólidos-casca do programa ANSYS®.

uma extremidade livre (situação 2) é consideravelmente menor que o valor recomendado pelo ECCS, variando entre 40 e 30% do valor correspondente à fórmula clássica de instabilidade local de cascas cilíndricas (equação (2.18)). Os resultados obtidos da modelação numérica encontram-se em concordância com os resultados já obtidos anteriormente por Cohen [ [48], pag.118]. A inexistência de uma solução analítica na EN 1993-1-6 para uma casca cilíndrica com uma extremidade livre constitui uma grande dificuldade na análise e validação dos resultados obtidos através de análises numéricas;

- Nas situações em que o modo de instabilidade crítico foi do tipo global (e.g. 128720 (2,75%)\*, ver Tabela 3.9) a teoria de instabilidade de Euler (associada a um de cilindro de comprimento longo, equação (2.20)), não descreveu com precisão o comportamento de encurvadura, isto porque o rácio de esbelteza ( $L/\rho$ ) do cilindro em causa é inferior a 80 (valor limite indicado no subcapítulo 2.2.1, com base em [22]) e consequentemente são induzidos erros excessivos no valor da carga crítica (valores superiores aos obtidos numericamente).
- O valor da carga crítica depende fortemente do valor da espessura da casca. Para uma situação de carregamento meridional, este parâmetro geométrico é o de maior importância no cálculo da carga crítica, independentemente das condições de apoio existentes (ver Tabela 3.9). Uma vez que foram admitidas três espessuras diferentes, as cargas críticas repartiram-se em três grupos diferentes para qualquer das situações de apoio, Grupo 1 ( $t = 5,5mm$ ) - M1/M5; Grupo 2 ( $t = 9,5mm$ ) - MO/M3/M4; Grupo 3 ( $t = 13,5mm$ ) - M2/M6. Para a situação 3 esta observação é menos relevante, isto porque o parâmetro de comprimento adimensional  $\omega$ , tem maior interferência no resultado da carga crítica (ver Figura 3.9(c)), devido ao menor valor de  $C_{xb}$  (ver Tabela 2.3). As Figuras 3.9(b) e 3.9(c)

ilustram a variação do rácio carga crítica obtida/carga crítica clássica  $P_{cr}/P_{cl}$  (adimensional), em função dos parâmetros geométricos  $D/t$  e  $L/D$ .

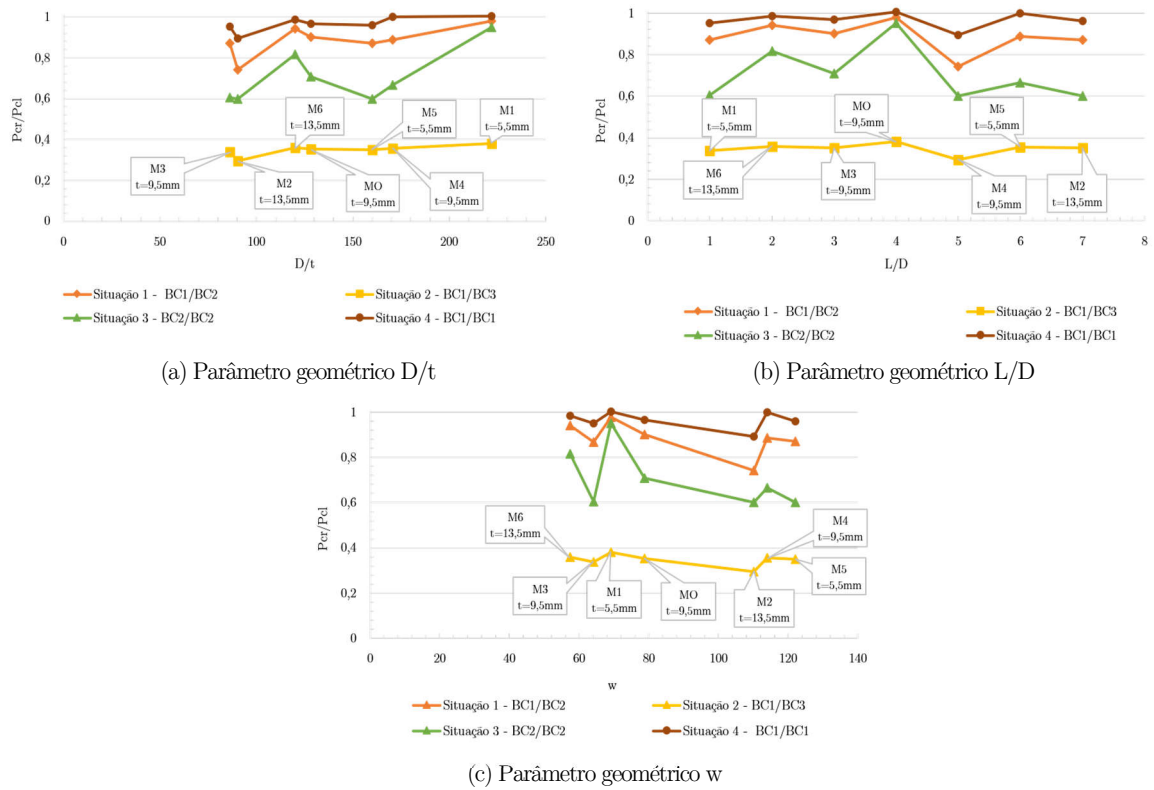
**Tabela 3.9:** Cargas críticas obtidas para os modelos desenvolvidos.

Modelo	Carga Crítica [KN]			
	Situação 1 (% de erro - EN 1993-1-6)	Situação 2 (% de erro - 50% $\sigma_{CL}$ (equação 2.18))	Situação 3 (Obtida de acordo a EN 1993-1-6)	Situação 4 (% de erro - EN 1993-1-6)
Modelo original (MO)	64502 (0,07%)	25150 (29,63%)	50682	69202 (1,74%)
Modelo 1 (M1)	23528 (0,50%)	9167 (23,73%)	22859	24161 (1,34%)
Modelo 2 (M2)	106710 (0,02%)	42478 (40,95%)	86325	128720 (2,75%)*
Modelo 3 (M3)	61974 (0,19%)	24075 (32,28%)	43151	67871 (2,01%)
Modelo 4 (M4)	63528 (0,16%)	25445 (28,95%)	47642	71610 (5,89%)*
Modelo 5 (M5)	20887 (0,81%)	8402 (29,97%)	14398	23070 (3,19%)*
Modelo 6 (M6)	135970 (0,35%)	51721 (28,30%)	117941	142330 (1,75%)

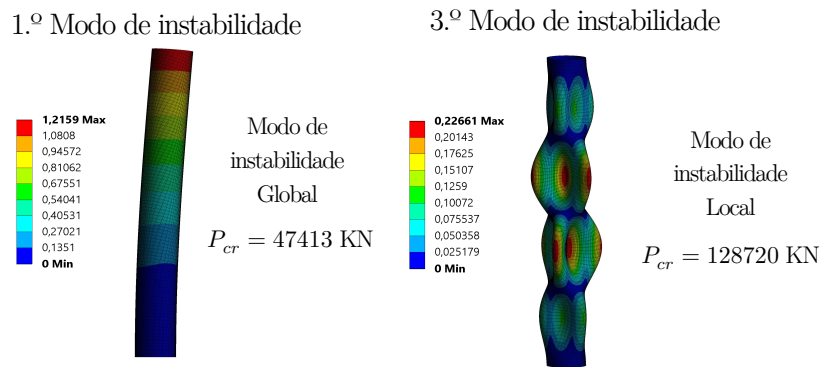
\* Para a situação 4, mais especificamente para os modelos 2,4 e 5, a carga crítica obtida corresponde a um modo de instabilidade global (como seria de esperar para as cascas cilíndricas de maior comprimento). Uma vez que a carga crítica obtida através da EN1993-1-6 está associada a fenómenos de instabilidade local, é imperativo retirar a carga de bifurcação do terceiro modo de instabilidade, do modo de instabilidade local crítico (ver Figura 3.10).

Em relação aos modos de instabilidade:

- Para a situação 2, o aumento de duas semi-ondas transversais, de dois em dois modos, é gradual e visível, enquanto as deformações para os modos de maior energia tendem a concentrar-se de uma forma progressiva na extremidade superior da casca (ver Figura 3.11). O modo de instabilidade para a situação 2 é uma combinação distorcional-local (ver Figura 3.12); O fenómeno de aumento sucessivo da distorção da secção de um lóbulo (i.e. duas semi-ondas transversais) de dois em dois modos de instabilidade presenciado nas colunas de secção CHS (com uma extremidade livre) verificou-se de igual modo em colunas de secção PHS, sujeitas também a compressão uniforme [50]. Na referência citada anteriormente fornecem-se expressões matemáticas para a determinação das cargas críticas de cada um desses modos distorcionais, em função do número de faces que a secção PHS apresenta. Contudo, apesar de as duas situações distintas apresentarem o mesmo fenómeno, não foi possível obter resultados aceitáveis para a situação de estudo presente, a partir das expressões matemáticas fornecidas. Esta impossibilidade de cálculo da carga crítica pode derivar de as expressões matemáticas serem somente aceitáveis para colunas bi-apoiadas. Desta forma seria interessante efetuar uma modificação nas expressões para ter em conta outras condições de fronteira, nomeadamente extremidades livres, com intuito de perceber se existe alguma correlação possível para colunas CHS tipo BC1-BC3 como indicado na EN 1993-1-6.
- Para a situação 1 e 4, o modo de instabilidade local é do tipo assimétrico, convergindo possivelmente para o conhecido modo de deformação em forma de diamante, como é característico nas cascas cilíndricas bi-apoiadas, para modos de instabilidade superiores. Contudo, refira-se que para os modelos 2 e 5 não foi possível obter numericamente a carga de bifurcação dos primeiros 12 modos de instabilidade, para a situação 4;

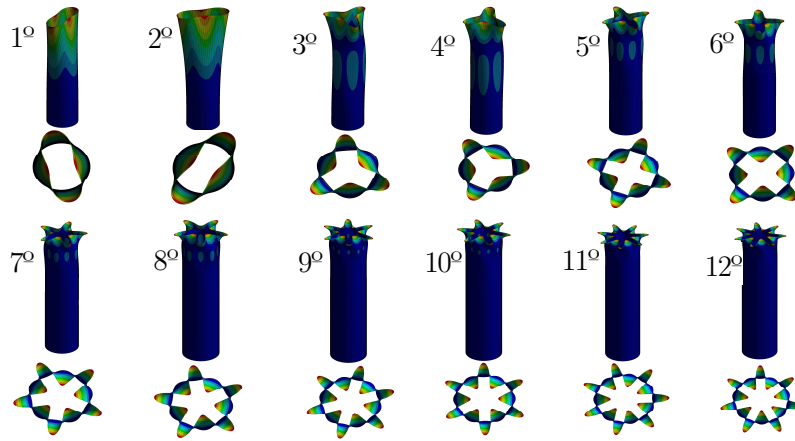


**Figura 3.9:** Rácio carga crítica obtida/carga crítica clássica,  $P_{cr}/P_{cl}$  (adimensional), em função dos parâmetros geométricos  $D/t$ ,  $L/D$  e  $w$  (adimensionais).

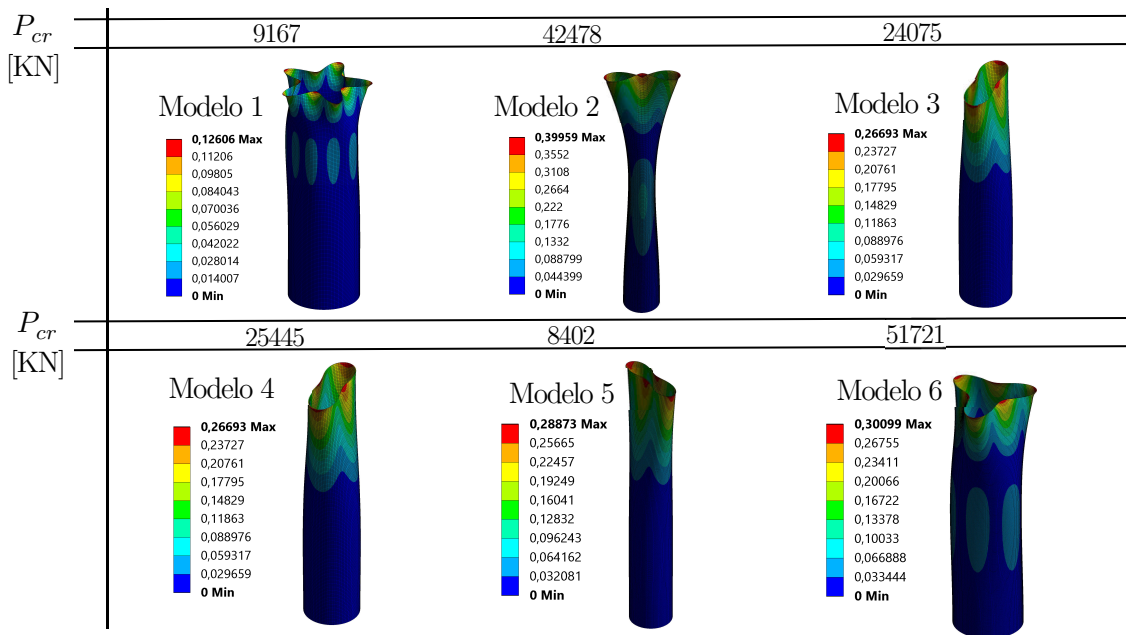


**Figura 3.10:** Modelos em que a carga crítica obtida corresponde a um modo de instabilidade global.





**Figura 3.11:** 1.º - 12.º Modo de instabilidade para o modelo original com uma extremidade livre - situação 2.



**Figura 3.12:** Cargas críticas obtidas para os seis modelos com uma extremidade livre - situação 2.



## Capítulo 4 - Discussão de resultados

Neste Capítulo pretende-se apresentar os valores das áreas efetivas obtidas com base nos modelos desenvolvidos no âmbito da presente dissertação e apresentados no Capítulo 3. A partir dos resultados serão então comparados os métodos estudados no Capítulo 2, de forma a estudar o seu desempenho quando aplicados a monopolos. Os métodos 1, 2, 3, 4 e 5, apresentados neste Capítulo, correspondem respetivamente, ao método da EN 1993-1-6, à fórmula expedita da BS 5950-1, ao CSM (Continuous Strength Method), à fórmula expedita da norma provisória prEN 1993-1-1 e ao quadro da norma BS EN 50341-1 (ver Tabela 2.2).

Com base nos valores das cargas críticas obtidas para as quatro situações de estudo, calcularam-se as áreas efetivas para os métodos 1 e 3, com recurso aos respetivos métodos de dimensionamento estudados no subcapítulo 2.3. Refira-se que nos métodos 2 e 4, a área efetiva é calculada somente em função dos parâmetros geométricos e da tensão de cedência, pelo que as condições de apoio não têm influência no cálculo das áreas efetivas.

Segundo os resultados indicados nas Tabelas 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, (as células com valores com asterisco e.g. 0,0111\*, referem-se a valores que correspondem a modelos em que os métodos não são válidos, em consequência dos limites estipulados pelos valores de esbelteza que os métodos apresentam, desta forma a consideração dos valores apresentados deve ser devidamente ponderada) conclui-se que:

- O método 1 é bastante útil para o caso em estudo, porque é o único método capaz de calcular a área efetiva para todos os modelos incorporando todas as variáveis de cada modelo. A esbelteza normalizada calculada para todas as situações foi sempre maior que esbelteza meridional limite, sendo, contudo menor que o limite de esbelteza, que estabelece que a coluna tem comportamento elástico em colapso,  $\lambda_0 < \lambda_x < \lambda_p$ . Como resultado, o fator de redução de encurvadura é dado pela equação (2.30), e consequentemente a área efetiva é menor que a área bruta;
- Os métodos 2 e 4 apresentam um limite de aplicação dado por  $D/t$  inferior a  $240\epsilon^2$  para as secções CHS, o que limita substancialmente a aplicação destes métodos nos troços que compõem os monopolos, uma vez que, como já visto, é característico destas estruturas apresentarem parâmetros geométricos que excedem este limite. Este cenário de inaplicabilidade verificou-se para os modelos 1, 4 e 5;
- Ao contrário do método 1, o método 3 apresenta um limite inferior e um limite superior para a esbelteza normalizada. Uma vez que o limite de esbelteza superior é igual a 0,6, este valor limita em muito a aplicação deste método para situações de cascas com uma extremidade livre, situação 2. No entanto, o método 3 é eficaz para cascas cilíndricas com algum tipo de apoio nas suas extremidades, tanto apoio simples como encastramento, situações 1,3 e 4;
- Os métodos 1 e 3 são menos expeditos quando comparados com os métodos 2 e 4, que são de cálculo direto, porém, (i) podem ser utilizados numa maior diversidade de situações e, (ii) por apresentarem uma maior complexidade de variáveis e fatores de que dependem, apresentam (teoricamente) uma maior precisão nos resultados. Desta forma, por precaução e na falta de melhor informação, recomenda-se que se considerem os resultados

dos métodos 2 e 4 como não conservativos, sempre que estes apresentem valores superiores aos obtidos pelos métodos 1 ou 3.

Apesar das limitações de aplicação de certos métodos, associadas aos limites de esbelteza estipulados, na presente Dissertação este aspeto foi ignorado para permitir ilustrar alguns resultados obtidos. Desta forma, desenvolveram-se os gráficos apresentados na Figura 4.1, que permitem avaliar o valor da área efetiva em função do rácio  $D/t$  (adimensional). Dos gráficos da Figura 4.1 pode constatar-se que:

- Tendo em conta a tipologia de cálculo que cada método apresenta, é naturalmente visível que as respetivas curvas apresentadas para os métodos 2 e 4 são coincidentes, independentemente da situação;
- Para as situações 1 e 4, em que se obtêm os valores de carga crítica mais elevados, de uma maneira geral, os métodos 2 e 4 são os mais conservativos, ao passo que os métodos 1 e 3 reduzem menos a área bruta;
- Para qualquer dos métodos, quanto maior o parâmetro geométrico  $D/t$ , menor é o valor da área efetiva. A única exceção ocorre para a situação 3 (ver Figura 4.1(c)), em que os métodos 1 e 3 apresentaram oscilações mínimas consoante o valor de  $D/t$ , devido aos valores da carga crítica inconsistentes que são obtidos da formula para  $BC2/BC2$  da EN1993-1-6. Os parâmetros geométricos que definem o valor da carga crítica para a situação 3 têm todos uma grande influência no resultado final, em oposição às situações 1, 2 e 4, em que o parâmetro predominante é a espessura (conforme já mencionado no subcapítulo 3.6);
- Os valores de área efetiva obtidos através do método 3 nunca são inferiores a 80% da área bruta da secção, independentemente das condições de apoio. É de notar que o valor da área efetiva do método 3 nunca é menor que nos restantes métodos.
- Na situação 2 é visível, como seria de esperar que quanto menor o valor da carga crítica, menor é o valor da área efetiva em relação à área bruta. Por conseguinte, o método 1, para qualquer valor de  $D/t$ , manifesta-se como o método mais conservativo no cálculo da área efetiva;
- Para qualquer situação, o método 1 é sempre mais conservativo que o método 3. Como possível justificação para tal facto admite-se que os efeitos de imperfeições e não-linearidades aplicados no desenvolvimento do método 1 sejam mais exigentes para o método 1 do que para o método 3, e consequentemente o valor para o método 1 tende sempre a ser inferior.

**Tabela 4.1:** Área efetiva para a situação 1 - BC1/BC2.

Modelo	Área efetiva [m <sup>2</sup> ] (% de redução)			
	Método 1	Método 2	Método 3	Método 4
Modelo original	0,030 (17,1%)	0,025 (30,5%)	0,034 (7,1%)	0,025 (31,9%)
Modelo 1	0,015 (27,2%)	0,011* (47,1%)	0,019 (11,5%)	0,011* (48,2%)
Modelo 2	0,044 (14,2%)	0,042 (17,2%)	0,048 (5,7%)	0,042 (18,8%)
Modelo 3	0,021 (11,5%)	0,020 (15,3%)	0,023 (3,8%)	0,020 (16,9%)
Modelo 4	0,037 (22,9%)	0,029* (39,7%)	0,043 (9,9%)	0,028* (40,9%)
Modelo 5	0,012 (21,9%)	0,009* (37,8%)	0,014 (9,5%)	0,009* (39,0%)
Modelo 6	0,058 (15,3%)	0,049 (28,1%)	0,064 (6,1%)	0,048 (29,5%)

**Tabela 4.2:** Área efetiva para a situação 2 - BC1/BC3

Modelo	Área efetiva [m <sup>2</sup> ] (% de redução)			
	Método 1	Método 2	Método 3	Método 4
Modelo original	0,023 (35,7%)	0,025 (30,5%)	0,030* (16,0%)	0,025 (31,9%)
Modelo 1	0,010 (52,6%)	0,011* (47,1%)	0,017* (20,4%)	0,011* (48,2%)
Modelo 2	0,036 (30,4%)	0,042 (17,2%)	0,044* (14,3%)	0,042 (18,8%)
Modelo 3	0,018 (26,5%)	0,020 (15,3%)	0,021 (12,6%)	0,020 (16,9%)
Modelo 4	0,027 (44,6%)	0,029* (39,7%)	0,039* (18,6%)	0,028* (40,9%)
Modelo 5	0,009 (42,8%)	0,009* (37,8%)	0,012* (18,1%)	0,009* (39,0%)
Modelo 6	0,045 (33,4%)	0,049 (28,1%)	0,058* (15,2%)	0,048 (29,5%)

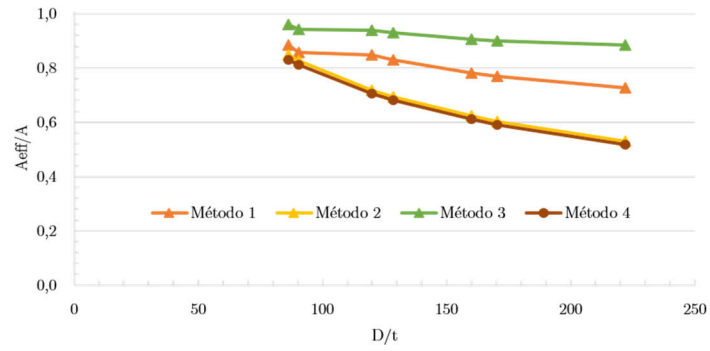
**Tabela 4.3:** Área efetiva para a situação 3 - BC2/BC2

Modelo	Área efetiva [m <sup>2</sup> ] (% de redução)			
	Método 1	Método 2	Método 3	Método 4
Modelo original	0,029 (21,1%)	0,025 (30,5%)	0,033 (9,4%)	0,025 (31,9%)
Modelo 1	0,015 (27,8%)	0,011* (47,1%)	0,019 (11,7%)	0,011* (48,2%)
Modelo 2	0,042 (17,3%)	0,042 (17,2%)	0,047 (7,6%)	0,042 (18,8%)
Modelo 3	0,020 (16,4%)	0,020 (15,3%)	0,022 (7,1%)	0,020 (16,9%)
Modelo 4	0,034 (28,7%)	0,029* (39,7%)	0,042 (12,6%)	0,028* (40,9%)
Modelo 5	0,011 (29,3%)	0,009* (37,8%)	0,013* (13,0%)	0,009* (39,0%)
Modelo 6	0,056 (17,4%)	0,049 (28,1%)	0,063 (7,4%)	0,048 (29,5%)

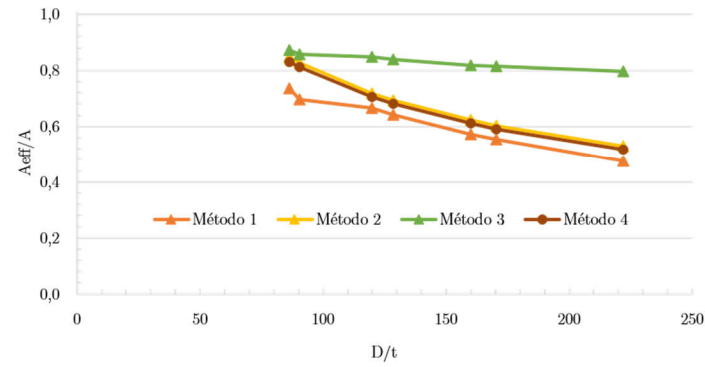
**Tabela 4.4:** Área efetiva para a situação 4 - BC1/BC1

Modelo	Área efetiva [m <sup>2</sup> ] (% de redução)			
	Método 1	Método 2	Método 3	Método 4
Modelo original	0,030 (16,0%)	0,025 (30,5%)	0,034 (6,5%)	0,025 (31,9%)
Modelo 1	0,015 (26,6%)	0,011* (47,1%)	0,019 (11,2%)	0,011* (48,2%)
Modelo 2	0,045 (11,8%)	0,042 (17,2%)	0,049 (4,0%)	0,042 (18,8%)
Modelo 3	0,022 (10,4%)	0,020 (15,3%)	0,023 (3,0%)	0,020 (16,9%)
Modelo 4	0,038 (20,8%)	0,029* (39,7%)	0,044 (8,8%)	0,028* (40,9%)
Modelo 5	0,012 (20,2%)	0,009* (37,8%)	0,014 (8,6%)	0,009* (39,0%)
Modelo 6	0,058 (14,6%)	0,049 (28,1%)	0,064 (5,7%)	0,048 (29,5%)

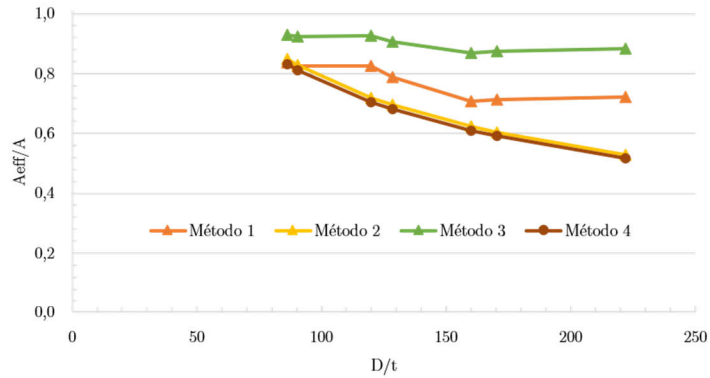
Método 1 - EN1993-1-6 ; Método 2 - BS59050-1 ; Método 3 - CSM ; Método 4 - prEN1993-1-1



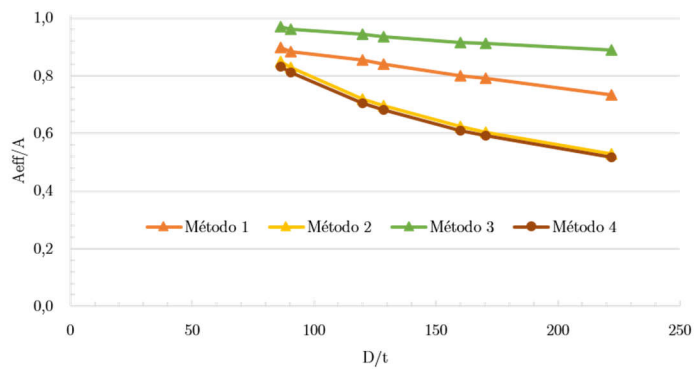
(a) Situação 1 - BC1/BC2



(b) Situação 2 - BC1/BC3



(c) Situação 3 - BC2/BC2



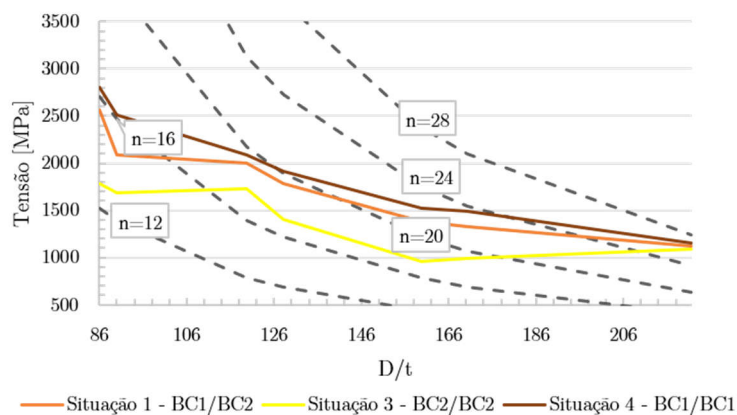
(d) Situação 4 - BC1/BC1

**Figura 4.1:** Área efetiva em função do rácio  $D/t$ .

Por último, analisam-se os resultados obtidos a partir do método 5, da norma BS EN 50341-1, apresentado no subcapítulo 2.4.2. De modo a discutir o desempenho do método 5 para secções CHS, é essencial sublinhar que o raio de curvatura de uma secção CHS é finito e uniforme, ao passo que, para uma secção PHS (Poligonal Hollow Section), composta por elementos de placa, o raio tende para infinito, à medida que diminui o número de lados do polígono. Desta forma, uma coluna de secção PHS com poucos lados é mais suscetível de se deformar localmente (apresentar fenómenos de instabilidade local) que uma coluna de secção CHS e consequentemente o valor da área efetiva é menor, como é visível pelo quadro da Figura 4.3, em que a redução da área bruta é maior quanto menor for o número de lados do polígono.

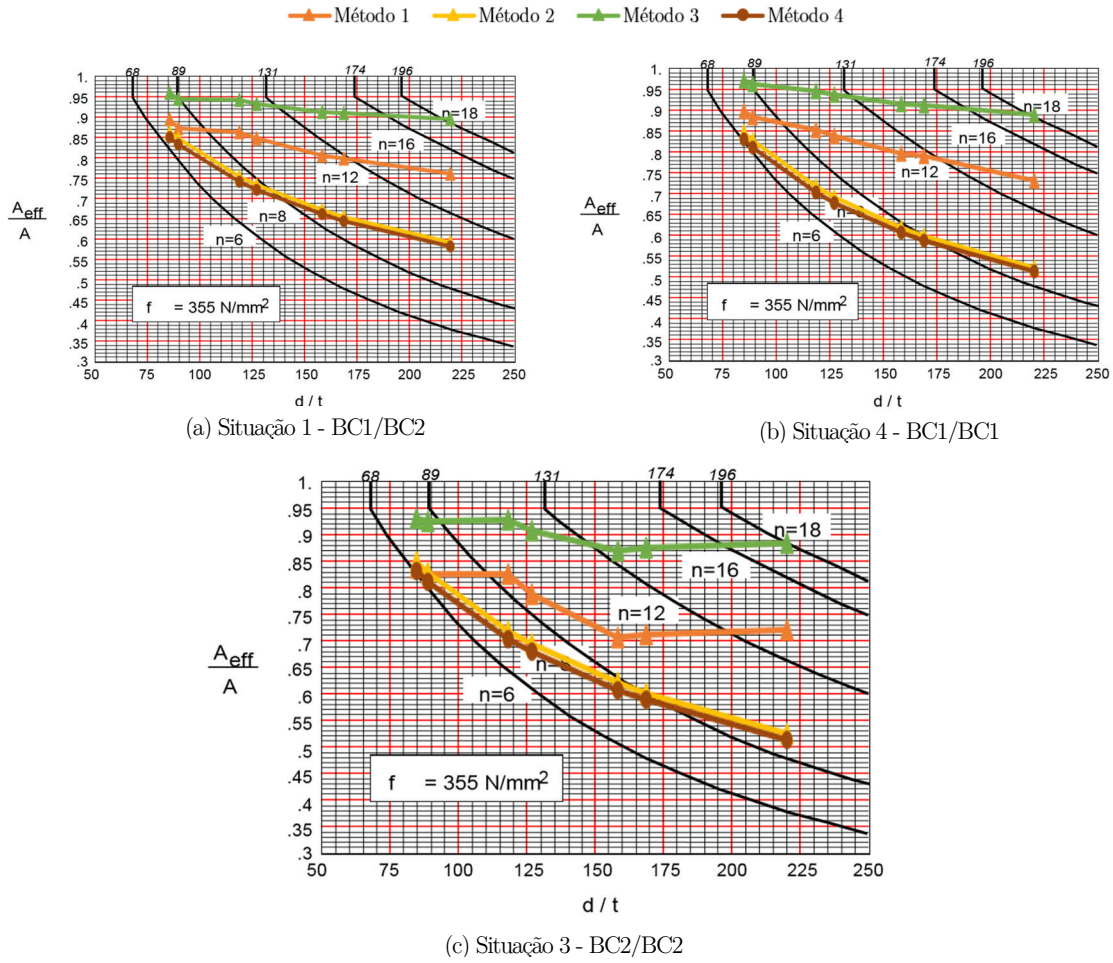
É de realçar que o quadro da BS EN 50341-1 corresponde a modos de instabilidade local de placa. Admitindo que as cascas apresentam somente modos de instabilidade locais ou locais do tipo distorcionais, haverá um valor de  $n$  (número de faces) a partir do qual o modo de instabilidade que controla a resistência de uma secção PHS passa a ser o característico de uma casca e não de uma placa (instabilidade local de placa), convergindo para a carga crítica de casca cilíndrica. O número de faces a partir do qual o modo que controla uma secção PHS passa a ser representativo de uma casca e não de placa obteve-se com base na expressão (2.8), para modelos bi-apoiados, Situações 1,3 e 4 (ver Figura 4.2). Conservativamente, com base na curva correspondente à Situação 3 na Figura 4.2, é admitido um valor de 14 para  $n$ , quando  $D/t < 130$ , e de 18, quando  $D/t > 130$ , para a situação em estudo.

Na Figura 4.3 são enquadrados os resultados obtidos para três das quatro situações distintas de condições de apoio estudadas, no quadro da norma BS EN 50341-1. Pela Figura 4.3 observa-se que o método 5 é impreciso quando comparado com todos os outros métodos (método 1, 2, 3 e 4) para situações em que o parâmetro de esbelteza  $D/t < 130$ , dado que o valor da área efetiva de uma secção CHS é inferior a uma secção PHS de 14 faces. Contudo para valores superiores de  $D/t$ , somente o método 3 é coerente, pois converge para a zona em que o número de faces é igual 18. Desta forma a utilização de  $n=6$  é muito conservativo e por outro lado a necessidade do conhecimento à priori da evolução da resistência à encurvadura local de casca, faz com que a utilização deste método não seja prática.



**Figura 4.2:** Tensão crítica local de placa para secções PHS para uma dada esbelteza  $D/t$  em função do número de faces, e comparação com a tensão crítica local de secções CHS.

Método 1 - EN1993-1-6 ; Método 2 - BS59050-1 ; Método 3 - CSM ; Método 4 - prEN1993-1-1



**Figura 4.3:** Enquadramento dos métodos 1, 2, 3 e 4 para as Situação 1, 3 e 4, no quadro da norma BS EN 50341-1, para obtenção da área efetiva em função do rácio  $d/t$ .



## Capítulo 5 - Conclusões e recomendações

### 5.1 Conclusões

- **Existe diminuta diferença na obtenção da carga crítica e do respetivo modo de instabilidade, através de ALE realizadas através dos programas SAP2000 e ANSYS, utilizando elementos de casca ou sólidos-casca.** O valor da carga crítica obtida para a situação bi-encastrada (Situação 4), por intermédio do programa SAP2000, é ligeiramente superior quando comparado com os valores obtidos através do ANSYS, constata-se ainda que o correspondente modo de instabilidade apresenta incorreções na deformada;
- **O valor da carga crítica meridional de uma casca cilíndrica com uma extremidade livre (situação 2) é consideravelmente menor que o valor proposto pelo ECCS (redução de cerca de 50%.** Este valor varia entre 40 e 30% (diminuem com o aumento do valor do parâmetro geométrico  $D/t$ ) da fórmula clássica, equação (2.18). Caso se pretenda obter o valor da carga crítica de uma forma conservativa, mas expedita (i.e. sem recurso a uma modelação numérica) é aconselhado admitir um valor de carga crítica igual a 30% da carga clássica. Esta simplificação de cálculo é admissível somente para secções que apresentem um parâmetro de esbelteza  $D/t > 60$ . Contudo, a inexistência de uma solução analítica na EN 1993-1-6 para uma casca cilíndrica com uma extremidade livre constitui uma grande dificuldade na validação dos resultados obtidos através de análises numéricas;
- **As cargas críticas dependem fortemente do valor da espessura.** Para uma situação de carregamento puramente axial, o valor do parâmetro geométrico espessura, é o de maior importância no cálculo da carga crítica, independentemente das condições de apoio existentes. Porém para a situação 3 (BC2-BC2) esta grandeza é menos relevante, isto porque o parâmetro de comprimento adimensional  $w$ , tem maior interferência no resultado da carga crítica (de acordo com a EN1993-1-6), devido ao menor valor de  $C_x$ ;
- **Existem limitações de aplicação dos métodos prEN 1993-1-1(2017), BS 5950 e CSM no cálculo da área efetiva, em estruturas de monopolos, associadas aos limites estipulados pelos valores de esbelteza que os métodos apresentam.** Certos modelos desenvolvidos apresentam características de carácter geométrico, condições de apoio ou material que implicam que se excedam os limites estipulados pelos valores de esbelteza que os métodos apresentam. Desta maneira, caso a esbelteza esteja fora dos limites admitidos para o método em questão os resultados obtidos devem ser devidamente ponderados;
- **Tendo em consideração a estrutura dos monopolos, é aconselhado, para a base e troços intermédios, ou seja, para os troços bi-apoiados, o uso dos métodos expeditos BS 5950 e prEN 1993-1-1 (2017), enquanto para o topo, troço que apresenta a extremidade superior livre, recomenda-se o uso do método da EN 1993-1-1.** O uso dos métodos expeditos BS 5950 e prEN 1993-1-1 (2017) para os troços bi-apoiados é lógico e compreensível, tendo em conta o nível de eficiência de tempo que estes métodos apresentam, em detrimento de um valor ligeiramente mais conservativo. O uso do método da EN 1993-1-6 é imprescindível para o troço do topo, uma vez que se torna arriscado o uso dos métodos expeditos em situações que o valor da carga crítica é consideravelmente

menor (aproximadamente 50%) em comparação com a carga clássica. O valor da área efetiva para os métodos 2 e 4, é somente calculado em função dos parâmetros geométricos e da tensão de cedência, pelo que as condições de apoio não têm influência no cálculo das áreas efetivas. Em relação ao método 3, CSM, em virtude de apresentar sempre para todas as situações de estudo o valor menos conservativo e de não ser um método expedito, recomenda a sua utilização verificação das secções transversais de classe 4 de que os monopolos são compostos, devendo utilizar-se os outros métodos abordados.

## 5.2 Recomendações

- **Melhoramento da EN1993-1-6 relativamente às condições de apoio (BC) estabelecidas por esta.** O curto leque de escolhas que são definidas na norma em relação às condições de apoio limita em muito a comparação de valores numéricos obtidos da modelação numérica de situações intermédias, com valores analíticos. Por outro lado, a não clarificação de outros parâmetros da norma e.g. somente especificação das rotações para o eixo axial, também constitui uma grande barreira ao uso da norma;
- **Necessidade de aprofundamento e aperfeiçoamento do estudo de monopolos, por parte das normas de dimensionamento, seguindo a tendência do método exposto na prEN 1993-1-1, de 2017.** Com efeito a fraca importância que é dada pelas normas de dimensionamento aos fenómenos de encurvadura local existentes neste tipo de estruturas, conduz frequentemente a um dimensionamento incorreto por parte das entidades responsáveis pela análise estrutural de monopolos, ao não considerar (seja por desconhecimento ou por simplificação) o método existente na EN 1993-1-6 no cálculo da área efetiva;
- **É clara a importância da realização de novas análises numéricas, combinadas com ensaios experimentais, com o fim de se estabelecer um método expedito de obtenção da área efetiva, para colunas com uma extremidade livre.** Assim, há todo o interesse em analisar os monopolos mais detalhadamente através de análises numéricas que se assemelhem mais da realidade (análise não-linear, considerando, nomeadamente, efeitos não-lineares) e sejam capazes de contemplar a grande variabilidade de fatores que caracterizam os monopolos em termos de parâmetros geométricos, condições de fronteira, tipo de material e imperfeições geométricas. Por outro lado, também deve ser evidenciada a realização de ensaios experimentais de forma a validar e ajustar os resultados numéricos.

## Bibliografia

- [1] D. Dutta, Structures with hollow sections, Ernst & Sohn, 2002.
- [2] R. M. Jones, Buckling of bars, plates, and shells, Bull Ridge Publishing, 2006.
- [3] R. Travanca, H. Varum e P. Vila Real, The past 20 years of telecommunication structures in Portugal, *Engineering Structures*, vol. 48, pp. 472-485, 3 2013.
- [4] U. Støttrup-Andersen, Analysis and design of masts and towers, em *International Symposium on Lightweight Structures in Civil Engineering*, 2002.
- [5] S. B, Communication structures, London: Thomas Telford, 2007.
- [6] R. Travanca, Torres para radiocomunicações: patologias e dimensionamento, 2010.
- [7] CEN. Comité Europeu de Normalização, NP EN 1993-1-1, Eurocódigo 3 - Projecto de estruturas de aço, Parte 1.1: Regras gerais e regras para edifícios, 2010.
- [8] Viatel, Análise estrutural, Estação: 96AL010 REDONDO, Évora, 2010.
- [9] Viatel, Análise estrutural, Estação: 98MN109 CINFAES, Paços do Concelho, Viseu, 2010.
- [10] Viatel, Análise estrutural, Estação: 00BI015 REITORIA, Covilhã, 2010.
- [11] R. C. Barros, Métodos numéricos para cálculo y diseño en ingeniería, 3 ed., vol. 18, 2002, pp. 351-65.
- [12] R. Travanca, H. Varum e P. Vila Real, Principais anomalias observadas em torres para radiocomunicações em Portugal, 2011.
- [13] J.Rondal, K.-G. Würker, D. Dutta, J. Wardenier, N. Yeomans, Design Guide 2, Structural stability of hollow sections, 1st ed., Verlag TÜV Rheinland, 1996.
- [14] ECCS, Buckling of Steel Shells: European Design Recommendations, ECCS, 2008.
- [15] CEN. Comité Europeu de Normalização, EN 1993-1-6, Eurocódigo 3 - Projecto de estruturas de aço, Parte 1.6: Strength and Stability of Shell Structures, 2007.
- [16] J. Singer, J. Arbocz e T. Weller, Buckling Experiments, Experimental Methods in Buckling of Thin-Walled Structures, Volume 2, Shells, Built-up Structures, Composites and Additional Topics, em *Buckling Experiments: Experimental Methods in Buckling of Thin-Walled Structures*, Wiley, 1998, pp. 623-808.
- [17] K. Athiannan e R. Palaninathan, Experimental investigations on buckling of cylindrical shells under axial compression and transverse shear, vol. 29, pp. 93-115, 2 2004.
- [18] L. a. W. C. Donnell, Effect of imperfections on buckling of thin cylinders and columns under axial compression, *ASME Journal of Applied Mechanics*, pp. 73-83, 1950.
- [19] A. Reis e D. Camotim, Estabilidade estrutural, McGraw-Hill Interame, 2000.
- [20] T. V. Galambos, Guide to stability design criteria for metal structures, Wiley, 1998.
- [21] W. A. Oldfather, C. A. Ellis e D. M. Brown, "Leonhard Euler's Elastic Curves, *Isis*, vol. 20, pp. 72-160, 1933.
- [22] J. Singer, J. Arbocz e T. Weller, Buckling experiments, Experimental methods in buckling of thin-walled structures, Volume 1, Basic concepts, columns, beams and plates, Wiley, 1998.

- [23] Timoshenko, S. P. (1953), History of strength of materials, New York, (Nova edição em 1983: Dover, New York.).
- [24] G. Bryan, On the stability of a plane plate under thrusts in its own plane with applications on the buckling of the sides of a ship, *Proc. London Math*, vol. 22, pp. 54-67, 1891.
- [25] von Karman, The strength of thin plates in compression, *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers (ASME)*, vol. 54, p. 53, 1932.
- [26] D.Camotim, C.Basaglia, N.Silvestre, Apontamentos de Estruturas Metálicas, IST, Lisboa, 2010.
- [27] CEN. Comité Européu de Normalização, EN 1993-1-5, Eurocódigo 3 - Projecto de estruturas de aço, Parte 1.5: Plated structural elements, 2006.
- [28] Winter, G., Strength of thin steel compression flanges, *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers (ASME)*, vol. 112, p. 527, 1947.
- [29] L. Donnell, Stability of thin-walled tubes under torsion, *NACA Report*, vol. 479, 1933.
- [30] H. G. Allen e I. Bulson, Background to buckling, London ; New York : McGraw-Hill Book Co , 1980
- [31] BSI, BS 5950-1, Structural use of steelwork in building - Part 1: Code of practice for design - rolled and welded sections, 2000.
- [32] CEN, Comité Européu de Normalização, EN 1993-1-4, Eurocódigo 3 - Projecto de estruturas de aço, Parte 1.4: General rules - supplementary rules for stainless steels, 2006.
- [33] CEN, Comité Européu de Normalização, EN 1999-1-1, Eurocódigo 9 - Projecto de estruturas de alumínio, Parte 1.1: General structural rules, 2007.
- [34] American Institute of Steel Construction, AISC 360, Load and resistance factor design specification for structural steel buildings, Chicago, 2005.
- [35] AS 4100, Steel Structures, Standards Australia, Homebush, New South Wales, Australia, 1998.
- [36] BSI, BS EN 50341-1, Overhead electrical lines exceeding AC 1kV - Part1: General requirements - Common specifications, 2012.
- [37] C. Buchanan, L. Gardner e A. Liew, The continuous strength method for circular hollow sections, pp. 621-628, 4 2015.
- [38] CEN, Comité Européu de Normalização, prEn 1993-1-1 2nd draft, Eurocódigo 3 - Projecto de estruturas de aço, Parte 1.1: General rules and rules for buildings, 2017.
- [39] CEN, Comité Européu de Normalização, EN 1993-3-1, Eurocódigo 3 - Projecto de estruturas de aço, Parte 3-1: towers, masts and chimneys - towers and masts, 2006.
- [40] D. Bushnell, Buckling of shells pitfall for designers, *AIAA Journal*, vol. 19, p. 1183-1226, 1981.
- [41] De Borst et al, Nonlinear finite element analysis of solids and structures (2nd ed.), London: UK: Wiley, 2012.
- [42] Zienkiewicz, The finite element method: Its basis and fundamentals (7th ed.), Oxford: UK: Butterworth-Heinemann., 2013.
- [43] H. H. Lee, Finite Element Simulations with ANSYS Workbench 15: Theory, Applications, Case Studies, Schroff Development Corporation, 2014.

- [44] CSI Analysis Reference Manual For Sap2000, Etabs and Safe and CSiBridge, California, USA: Computers & Structures, 2016.
- [45] E. Wang, Thin-wall structure simulation, International ANSYS conference, Germany, 2006.
- [46] M. Bischoff, Modeling of shells with three-dimensional finite elements, *Proceedings of the 6th International Conference on Computation of Shell and Spatial Structures IASS-IACM 2008*, University of Stuttgart, 2008.
- [47] L. Donnell., A new theory for the buckling of thin cylinders under axial compression and bending, Transactions of the ASME, Aeronautical Engineering, AER-56-12(473):795–806,, 1935.
- [48] D. Bushnell, Bifurcation buckling in which nonuniformity or nonlinearity of the prebuckling state is important, *Computerized buckling analysis of shells*, Dordrecht, : Springer Netherlands, 1989, pp. 64-122.
- [49] B. O. Almroth, Influence of edge conditions on the stability of axially compressed cylindrical shells, *AIAA Journal*, vol. 4, pp. 133-140, 1966.
- [50] R. Gonçalves e D. Camotim, Elastic buckling of uniformly compressed thin-walled regular polygonal tubes, *Thin-Walled Structures*, vol. 71, pp. 35-45, 2013.



## Apêndice A - Exemplo de cálculo

A segurança de um monopolo existente, concebido com tramos de Classe 4, é verificada, calculando a resistência à encurvadura (global) à compressão, de acordo com as EN1993-1-1 e EN 1993-1-6. A resistência foi determinada através de três metodologias distintas:

- Redução da área bruta, aplicando os diferentes métodos expostos na presente dissertação;
- Redução da tensão, aplicando o método existente EN1993-1-6;
- Admitindo a secção de Classe 4 como uma secção de Classe 3, procedimento este usualmente adotado no dimensionamento destas estruturas;

A torre admitida para o exemplo de estudo é a torre autoportante intitulada de REDONDO (Estação: 96AL010), localizada em Évora e instalada no ano de 1996 [8]. Na Tabela 5.1 são apresentadas as características estruturais da torre. Em termos estruturais, no seu todo, a torre em aço corresponde a uma consola encastrada na fundação, i.e. condição de fronteira inferior do tipo BC1, como indicada na EN 1993-1-6.

Relativamente à ligação entre troços (ver Tabela A.1), a classificação da ligação é admitida como semi-rígida, i.e. BC2 (ver Tabela A.4). Conforme já estudado no Capítulo 3, na presença de um troço com uma extremidade livre (troço 5) é considerada a situação, BC1-BC3. Em termos de classes de materiais, admitiu-se um aço de classe S355, i.e. com um valor característico da tensão de cedência igual a 355MPa (ver Tabela A.2). Mais uma vez, recorreu-se ao programa de cálculo automático ANSYS como ferramenta de auxílio de cálculo na determinação de esforços.

**Tabela A.1:** Características estruturais da torre.

Altura da torre [m]	Secção	Nº de Tramos	Ligações entre tramos	Material dos tramos
50	CHS	5	Chapas de aço e respetivas ligações aparafusadas, garantindo desta forma uma ligação rígida entre os troços	Aço laminado a quente

Tendo em consideração o objetivo da análise, já descrito previamente, não foram contabilizadas as seguintes condições:

- Eventuais reduções das secções resistentes devidas à corrosão dos elementos (manifestado no documento oficial em [8]);
- Ações permanentes como o peso próprio ou ações variáveis como o vento, neve, temperatura ou sismo.

O procedimento adotado para a verificação da segurança do monopolo envolve as seguintes atividades:

1. Caracterização da secção transversal dos troços quanto à classe de resistência, de acordo com a EN1993-1-1 (ver Tabelas A.2 e A.3);
2. Classificação dos troços quanto ao seu comprimento, de acordo com a EN1993-1-6 (ver Tabela A.4);
3. Determinação da carga crítica elástica de encurvadura meridional (ver Tabela A.5). Para os troços 1, 2, 3 e 4, a carga é obtida com recurso às fórmulas da EN1993-1-6. Dado que

os resultados obtidos numericamente para as condições de apoio BC1-BC2, no Capítulo 3, vão de encontro aos valores analíticos, não se justifica assim tal complexidade de cálculo, para obter um valor apenas ligeiramente menos conservativo. Para o troço 5 a carga crítica foi calculada através de uma análise numérica. Refira-se que o valor da carga crítica podia ser também obtido (porém de uma forma conservativa, mas expedita), se se considerasse o valor da carga igual a 30% da carga clássica (9505,69KN). A utilização do valor de 30% é clarificada no Capítulo 4 para cascas cilíndricas com uma extremidade livre;

4. Aplicação dos quatro métodos de obtenção das áreas efetivas (ver Tabelas A.6/A.7, A.8, A.9 e A.10);
5. Obtenção do fator de redução de acordo com a EN1993-1-1 (somente ilustrado o procedimento para o método 1, ver Tabela A.11). Com o propósito de determinar a carga crítica  $N_{cr}$  correspondente à instabilidade global da torre (no seu todo), modelou-se a estrutura recorrendo a elementos de barra (ver Figura A.1);

**Tabela A.2:** Parâmetros do aço utilizado e limite de esbelteza para componentes comprimidos de classe 4 com CHS.

$f_y$ [MPa] (valor modificado)	$E$ [GPa]	Classe 4		
		$\varepsilon$	Verificação	$90\varepsilon^2$
355	210	0,8136	$D/t > 90\varepsilon^2$	59,58

**Tabela A.3:** Parâmetros geométricos e classificação da classe de resistência dos troços estudados.

Troço	$L$ [m]	$D$ [m]	$t$ [mm]	$D/t$	$A$ [m <sup>2</sup> ]	Classe
1 - Base	6	1,22	9,5	128,4	0,036	4
2 - Intermédio	12	1,02	9,5	106,7	0,030	4
3 - Intermédio	12	0,81	7,9	102,6	0,020	4
4 - Intermédio	12	0,61	7,9	77,0	0,015	4
5 - Topo	8	0,41	6,4	64,0	0,008	4

**Tabela A.4:** Nomenclatura das condições de apoio e cenário de comprimento de acordo com a EN1993-1-6.

Troço	Nomenclatura de acordo com a EN1993-1-6	$w$	Verificação	$0,5r/t$	Comprimento
1 - Base	BC1/BC2	78,82	$w > 0,5r/t$	32,11	Longo
2 - Intermédio	BC2/BC2	172,56		26,68	Longo
3 - Intermédio	BC2/BC2	211,52		25,66	Longo
4 - Intermédio	BC2/BC2	244,24		19,24	Longo
5 - Topo	BC1/BC3	222,71		16,00	Longo

**Tabela A.5:** Carga de encurvadura meridional crítica elástica obtida através da EN1993-1-6, troço 1, 2, 3 e 4, e numericamente, troço 5.

Troço	$C_{xb}$	$C_{x,N}$	$C_{x,N}(Mín.)$	$\sigma_{x,Rcr}$ [KPa]	$P_{x,Rcr}$ [KN]
1	3	0,90	0,6	1786721,12	64549,82
2	1	-0,09	0,6	1428562,20	43002,24
3	1	-0,45	0,6	1485584,65	29751,14
4	1	-1,34	0,6	1980779,53	29653,56
5	-	-	-	1222382,74	9755,40



**Tabela A.6:** Parâmetros - método 1 - EN1993-1-6.

$Q$ - Classe B	$\lambda_0$	$\beta$	$n$
25	0,2	0,6	1

**Tabela A.7:** Procedimento - método 1 - EN1993-1-6.

Troço	$\lambda_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}(EN1993-1-6)}}$	$\alpha_x = \frac{0,62}{1 + 1,91 \left( \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{r}{t}} \right)^{1,44}}$	$\lambda_p = \sqrt{\frac{\alpha}{1-\beta}}$	$\chi = 1 - \beta \left( \frac{\lambda_x - \lambda_0}{\lambda_p - \lambda_0} \right)^n$
1	0,446	0,452	1,06	0,829*
2	0,498	0,467	1,08	0,797*
3	0,489	0,471	1,09	0,804*
4	0,422	0,493	1,11	0,853*
5	0,539	0,506	1,13	0,780*

\*O fator de redução de encurvadura  $\chi_x$  definiu-se na zona,  $\lambda_0 < \lambda_x < \lambda_p$  para todos os troços

**Tabela A.8:** Limite de esbelteza - método 2 - BS 5950-1 e método 4 - prEN1993-1-1.

Troço	Verificação	$240\varepsilon^2$
1	$D/t < 240\varepsilon^2$	158,873
2		
3		
4		
5		

**Tabela A.9:** Procedimento método 3 - CSM.

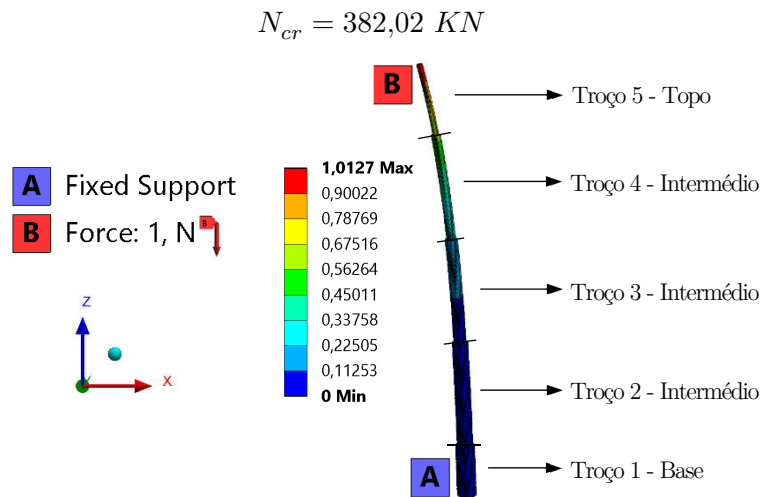
Troço	Verificação	$\lambda_c = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}(EN1993-1-6)}}$	$\frac{\epsilon_{csm}}{\epsilon_y} = \left( 1 - \frac{0,224}{\lambda_c^{0,342}} \right) \frac{1}{\lambda_c^{0,342}}$
1	$0,3 < \lambda_c < 0,6$	0,446	0,929
2		0,498	0,908
3		0,489	0,912
4		0,423	0,938
5		0,539	0,894

**Tabela A.10:** Áreas efetivas.

Troço	$A_{eff}$ [m <sup>2</sup> ] (% de redução)			
	Método 1	Método 2	Método 3	Método 4
	$A_{eff} = \chi_x A$	$\frac{A_{eff}}{A} = \left[ \left( \frac{80}{D/t} \right) \left( \frac{275}{f_y} \right) \right]^{0,5}$	$A_{eff} = \frac{\epsilon_{csm}}{\epsilon_y} A$	$A_{eff} = A \sqrt{\frac{90\varepsilon^2}{\frac{D}{t}}}$
1	0,030 (17,1%)	0,025 (30,5%)	0,034 (7,1%)	0,027 (31,9%)
2	0,024 (20,31%)	0,023 (23,8%)	0,027 (9,2%)	0,025 (25,3%)
3	0,016 (19,6%)	0,016 (22,3%)	0,018 (8,8%)	0,017 (23,8%)
4	0,013 (14,7%)	0,013 (10,3%)	0,014 (6,2%)	0,015 (12,02%)
5	0,006 (22,0%)	0,008 (1,6%)	0,007 (10,6%)	0,009 (3,52%)

**Tabela A.11:** Processo de obtenção do fator de redução referente à EN1993-1-1, para o método 1.

Troço	$\lambda = \sqrt{\frac{f_y A_{eff}}{N_{cr}(global)}}$	$\phi = 0,5[1 + \alpha(\lambda - 0,2) + \lambda^2]$	$\alpha$ (CHS - Acabada a quente)	$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \lambda^2}}$
1	5,28	14,95	0,21	0,035
2	4,72	12,12		0,043
3	3,87	8,37		0,063
4	3,44	6,77		0,080
5	2,41	3,62		0,158



**Figura A.1:** Carga crítica e modo de instabilidade global crítico da torre.

O procedimento das 2ª e 3ª metodologias de cálculo é praticamente similar, sendo que a exceção acontece no cálculo da esbelteza normalizada, como já visto no subcapítulo 2.4 (ver Tabela A.12).

**Tabela A.12:** Valores de esbelteza normalizada para as 2ª e 3ª metodologia. O coeficiente de segurança,  $\gamma_{M1}$ , tem o valor de 1,1, de acordo com a EN 1993-1-6.

Troço	2ª Metodologia		3ª Metodologia
	$\sigma_{x,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} [\text{KPa}]$	$\lambda = \sqrt{\frac{A \sigma_{x,Rd}}{N_{cr}(global)}}$	$\lambda = \sqrt{\frac{f_y A}{N_{cr}(global)}}$
1	267603,8	5,03	5,79
2	257169,0	4,50	5,29
3	259556,1	3,69	4,31
4	275232,5	3,28	3,73
5	251780,3	2,29	2,72

\*O valor do coeficiente de redução de encurvadura  $\chi$  já foi obtido previamente (ver Tabela A.7).

A Tabela A.13 agrupa os valores de cálculo da resistência à encurvadura de um elemento comprimido, para as três formas de cálculo distintas, evidenciando os valores mínimos obtidos.

**Tabela A.13:** Valores de cálculo da resistência à encurvadura de um elemento comprimido. O coeficiente de segurança,  $\gamma_{M1}$ , toma o valor de 1,0, de acordo com a EN 1993-1-1.

Troço	1ª Metodologia				2ª Metodologia	3ª Metodologia
	$N_{b,Rd} = \frac{\chi A_{eff} f_y}{\gamma_{M1}} \text{ [KN]}$				$N_{b,Rd} = \frac{\chi(\lambda) A \sigma_{x,Rd}}{\gamma_{M1}} \text{ [KN]}$	$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \text{ [KN]}$
	Método 1	Método 2	Método 3	Método 4		
1	367,45	366,11	368,24	365,95	366,74	368,74
2	365,74	365,37	366,77	365,21	364,95	367,48
3	362,12	361,77	363,35	361,56	361,12	364,20
4	359,59	360,17	360,68	359,95	358,44	361,36
5	348,86*	352,93*	351,33*	352,61*	346,97*	353,19*

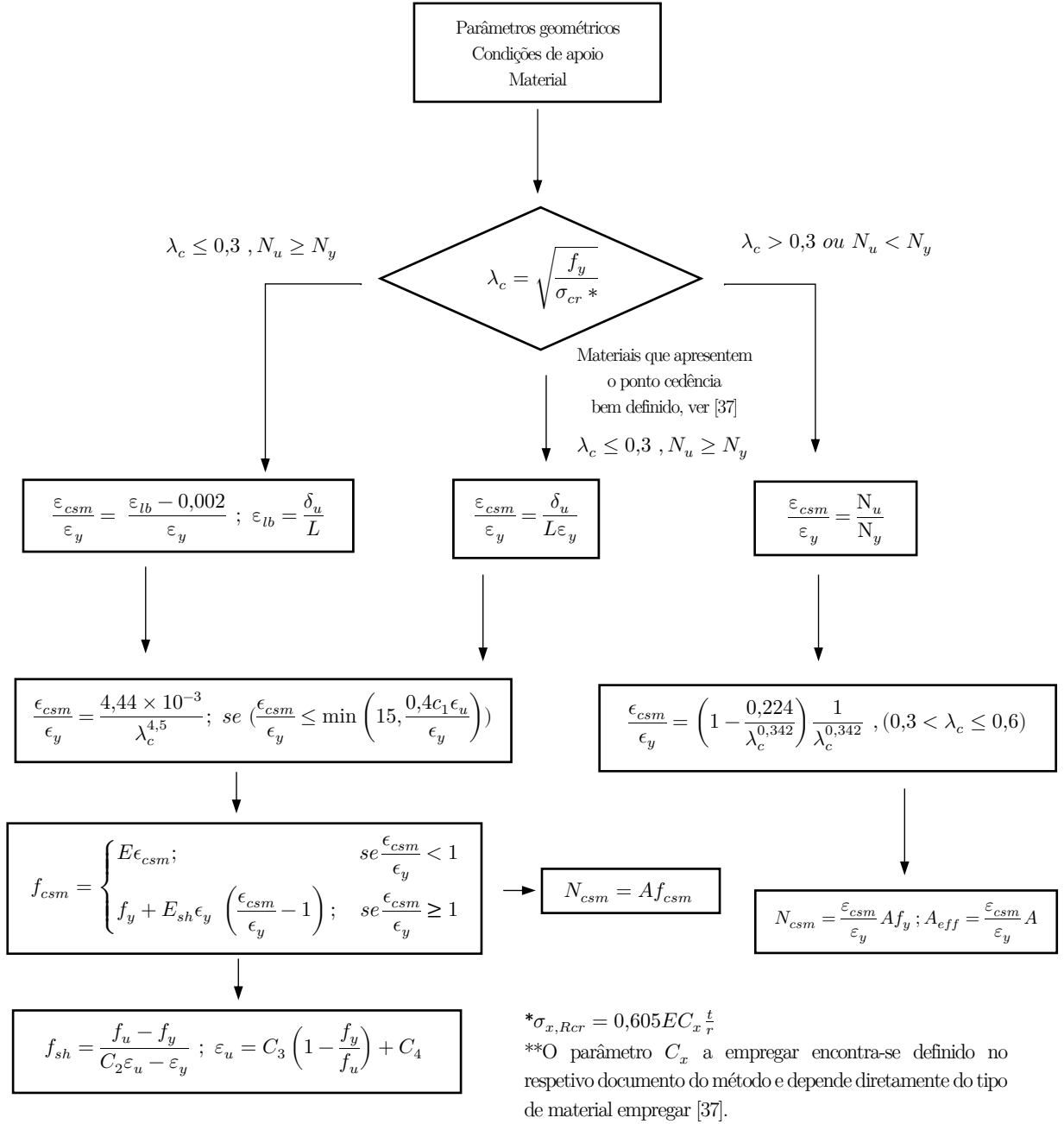
\*Valores mínimos.

Como seria de esperar, a 3ª metodologia de cálculo apresenta sempre um valor superior aos das 1ª e 2ª metodologias, contudo, é de realçar que a diferença entre os resultados de diversos procedimentos é diminuta com exceção do 5º troço/topo (pois a existência de um troço com uma extremidade livre origina naturalmente valores de carga crítica meridional inferiores). Tendo em consideração a Tabela 5.13 e o subcapítulo 5.1 (Conclusão), sugere-se que o procedimento de dimensionamento a adotar para verificação da segurança do presente monopolo, concebido com tramos de Classe 4, é o seguinte:

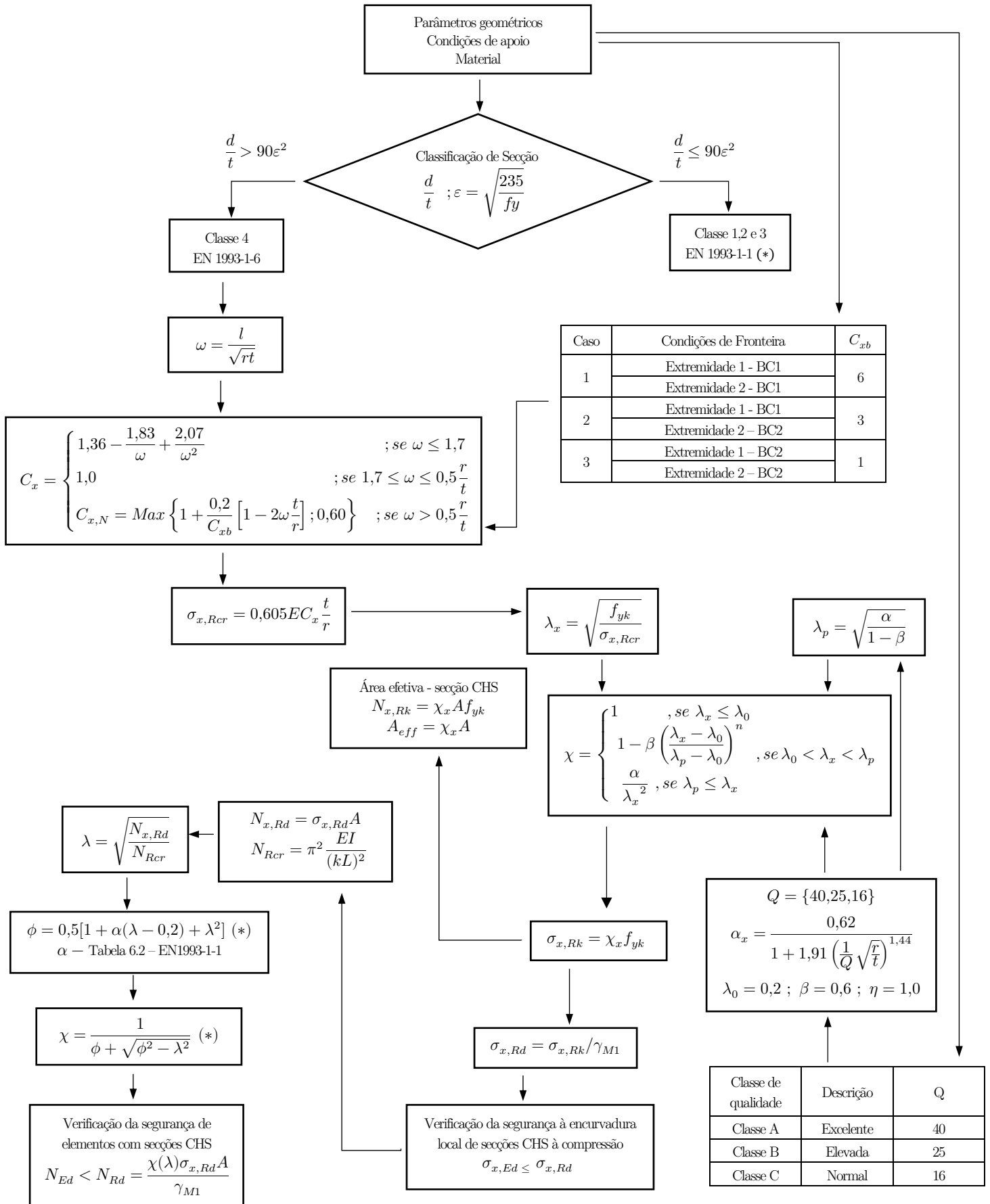
- Para a base e para os troços intermédios, ou seja, troços bi-apoiados, é aconselhado o uso dos métodos expeditos 2 ou 4;
- Para o topo, troço que apresenta a extremidade superior livre, é aconselhado o uso do método 1.



## Apêndice B - Fluxograma - CSM e EN1993-1

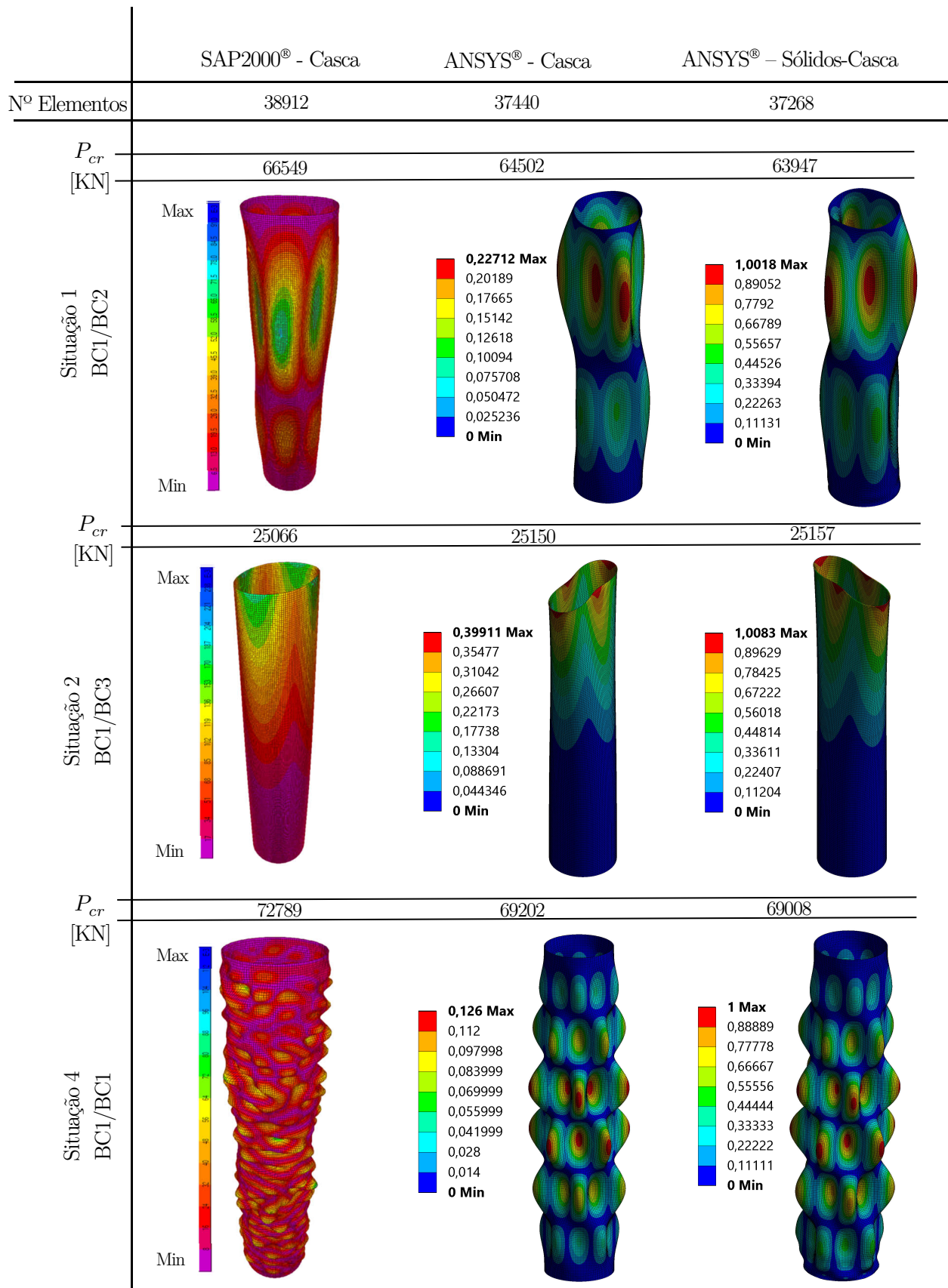


**Figura B.1:** Fluxograma - Continuous Strength Method CSM. Dimensionamento de secções tubulares circulares à compressão.

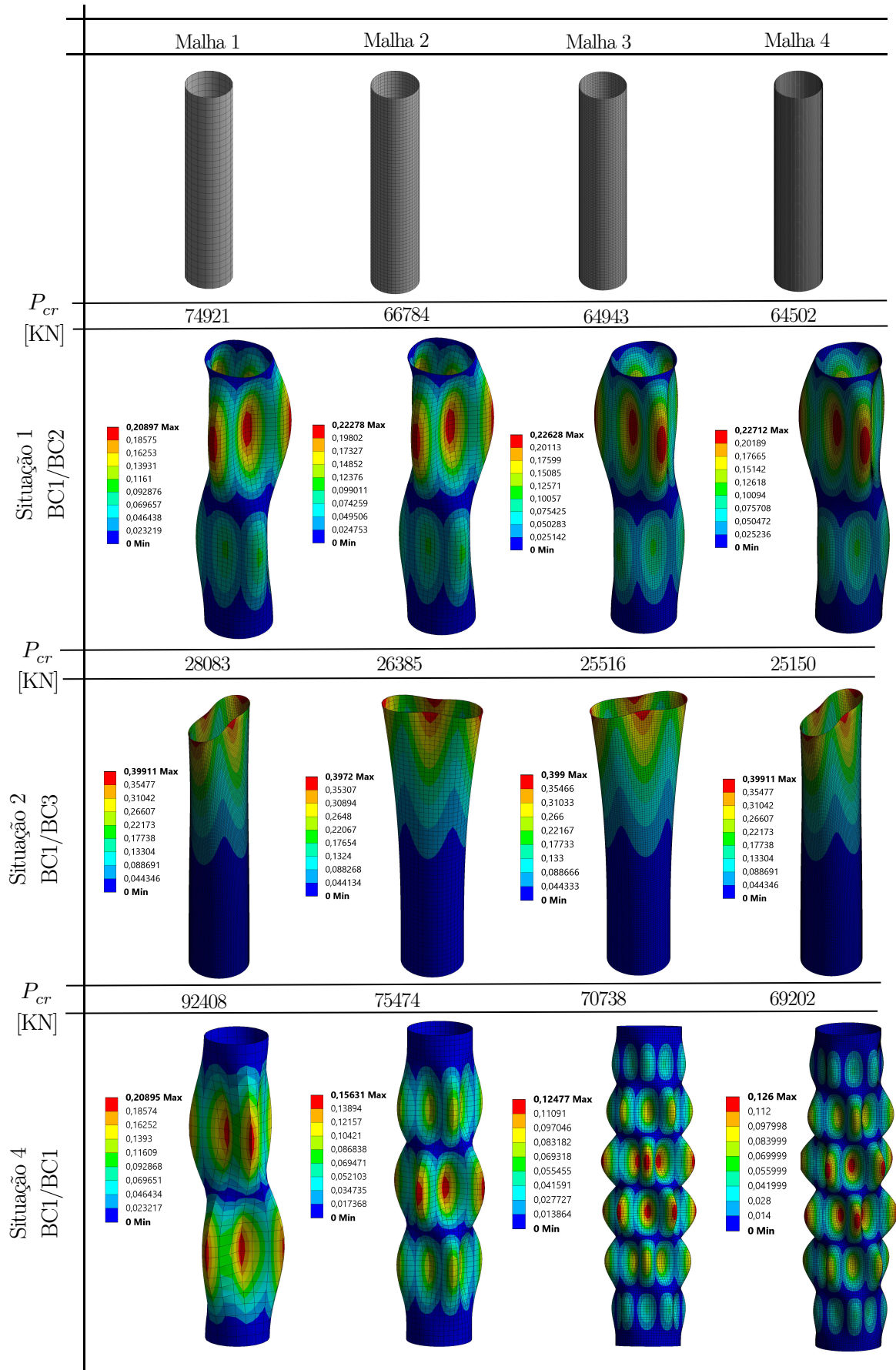


**Figura B.2:** Fluxograma - EN 1993-1. Verificação da segurança à compressão de secções CHS e de elementos com secções CHS, à compressão.

## Apêndice C - Estudo de Convergência - SAP2000® e ANSYS®



**Figura C.1:** Valores da carga crítica e respectivos modos de instabilidade obtidos para a malha 4 (Tabela 3.3), com base nos programas SAP2000® e ANSYS®.



**Figura C.2:** Convergência da carga crítica e dos deslocamentos para os elementos de casca do programa ANSYS® com respectivos modos de encurvadura.